UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

GERAÇÃO DE VARIÁVEIS PSEUDO-ALEATÓRIAS COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA - UMA ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

MANUEL ROSA DE OLIVEIRA LINO

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO DE 1987.

SANTA CATARINA - BRASIL

GERAÇÃO DE VARIÁVEIS PSEUDO-ALEATÓRIAS COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA - UMA ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS

MANUEL ROSA DE OLIVEIRA LINO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

"M E S T R E   E M   E N G E N H A R I A"

ESPECIALIDADE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Paulo Nascimento

PROF.: PAULO RENÉCIO NASCIMENTO, M.Sc.

ORIENTADOR

PROF.: RICARDO MIRANDA BARCIA, Ph.D.

COORDENADOR DO PROGRAMA

BANCA EXAMINADORA:

Paulo Nascimento

PROF.: PAULO RENÉCIO NASCIMENTO, M.Sc.

PROF.: RICARDO MIRANDA BARCIA, Ph.D.

PROF.: SÉRGIO FERNANDO MAYERLE, M.Eng.

À MARIA SILVIA S. DO VAL O. LINO

E MAIS,

PATRÍCIA, MANOEL HENRIQUE, MAURÍCIO

MARIA ALICE, FRANCISCO, CID E MARIA

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. PAULO RENÉCIO NASCIMENTO, professor, amigo e colega, pela excelente orientação e pelo estímulo à execução deste trabalho.

Aos Profs.: RICARDO MIRANDA BARCIA E SÉRGIO FERNANDO MAYERLE, pelos comentários e sugestões que propiciaram à conclusão deste trabalho.

À Universidade Estadual de Londrina pelo apoio financeiro.

À Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade e pelo apoio técnico.

A todos aqueles que de uma forma ou outra colaboraram com seu incentivo e sugestões que tornaram possível a realização deste trabalho.

Aos colegas professores do CEC por toda a ajuda e colaboração, em especial aos colegas Pedro A. Barbetta e Isaias C. Boratti.

R E S U M O

Este trabalho visa, primordialmente, comparar algoritmos geradores de variáveis estocásticas com comportamento normal.

Inicialmente, realizou-se um estudo sobre geração de números uniformemente distribuidos no intervalo [0,1]. Foram realizados testes estatísticos de independência, aleatoriedade e aderência a uma distribuição uniforme padrão.

Em seguida, consideraram-se quatro métodos alternativos, para a geração de variáveis, segundo um comportamento normal. Os métodos foram implementados em FORTRAN IV e novamente foram aplicados testes estatísticos de aderência.

Posteriormente, fez-se uma análise, em termo de tempos de geração de variáveis, considerando-se uma amostra de 10000 elementos para cada gerador.

Finalmente, apresenta-se uma conclusão sobre os resultados obtidos e sugestões para novos trabalhos.

A B S T R A C T

The objective of this work is to compare and analize algorithms which generate stochastic variables with normal distributions

Initially, number generation with uniform distribution in the interval [0,1] was studied in terms of statistical tests for independence, randomness and for goodness-of-fit to a standard uniform distribution.

Four alternative methods, were considered for generating variables with normal distributions. The methods were programmed in "Fortran IV" and statistical tests were applied for goodness-of-fit.

Finally, the generating time was analyzed considering a sample of 10.000 elements.

GERAÇÃO DE VARIÁVEIS PSEUDO-ALEATÓRIAS COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA - UMA ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS

S U M Á R I O

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

C A P Í T U L O   I

1. INTRODUÇÃO

1.1 ORIGEM DO TRABALHO

Uma pesquisa, sobre o uso de simulação, mostra que existem atualmente numerosas aplicações desta técnica em contextos os mais diversos. Hillier e Lieberman (15)[6:649], por exemplo, listam vários casos para indicar a grande versatilidade da técnica.

Tendo em vista este fato e a necessidade de obter-se bons geradores de variáveis estocásticas, que pudessem ser usados com confiança em simulações de processos reais, desenvolveu-se este trabalho.

Considerando-se, entretanto, a abrangência do problema, optou-se, inicialmente, pelo estudo de variáveis com comportamento normal, dado ser este o mais comum em fenômenos naturais.

1.2 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é o de comparar métodos de geração de variáveis estocásticas com comportamento normal, indicando qual, entre os estudados, apresenta melhor performance, quer no tempo de geração de um número particular de observações, quer na ocupação de memória de máquina, ou na adequação da sequência gerada a uma distribuição normal.

Para atingir este objetivo, realizaram-se as seguintes etapas:

a. os quatro algoritmos em estudo foram implementados em FORTRAN IV.

b. simularam-se 10000 valores pseudo-aleatórias normais.

c. aplicaram-se testes estatísticos que medem a adequação do ajustamento.

d. os tempos de geração para cada algoritmo, foram computados e comparados.

1.3 IMPORTANCIA DO TRABALHO

Muitos trabalhos tem sido realizados em simulação ou mesmo em aplicações estatísticas onde variáveis aleatórias são usadas sem nenhum teste de validade. Sabendo ser a distribuição normal constantemente usada, este trabalho, espera-se, irá contribuir com aqueles que necessitem de um gerador eficiente, o qual será aqui, ao final do trabalho, indicado.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho foi dividido em quatro capítulos .

O primeiro visa apresentar a origem do trabalho, definir seus objetivos bem como sua importância e limitações.

O segundo capítulo trata de variáveis pseudo-aleatórias uniformemente distribuidas, apresentando conceitos básicos sobre números aleatórios, processos de geração, tipos de geradores, testes estatísticos para as sequências geradas e critérios para melhorar os geradores.

O terceiro trata de variáveis pseudo-aleatórias normalmente distribuídas, apresentando os algoritmos dos quatro processos aqui estudados, os testes estatísticos para a adequação do ajustamento e uma comparação entre os métodos estudados.

Posteriormente, no quarto capítulo, são apresentadas as conclusões e sugestões de interesse para futuros trabalhos.

CAPÍTULO II

2. GERAÇÃO DE VARIÁVEIS PSEUDO-ALEATÓRIAS UNIFORMES

2.1 INTRODUÇÃO

Com o advento e posterior massificação do uso dos computadores digitais e o desenvolvimento de métodos científicos que visam analisar situações ou sistemas envolvendo processos estocásticos, o desenvolvimento de modelos que se utilizam de variáveis aleatórias foi se difundindo entre as mais diversas atividades entre as quais pode-se destacar [4:1]:

a. Simulações
b. Amostragens
c. Análises Numéricas
d. Programas Computacionais
e. Tomadas de Decisões
f. Recreação

Sabe-se que, de acordo com Knuth, [4:2], uma tabela de cerca de quarenta mil dígitos aleatórios foi publicada por L. H. C. Tippett, já em 1927. Desde então máquinas especiais para gerar mecanicamente números aleatórios tem sido construídas sendo que a primeira delas foi usada por M. G. Kendall e B. Babington Smith para produzir em 1939 uma tabela com cem mil dígitos aleatórios.

Em 1955 a Rand Corporation publicou a mais conhecida tabela de números aleatórios: "A Million Random Digits" [3:170;4:32;(22),5:44;17:350].

Logo depois iniciaram-se pesquisas de forma a obter métodos eficientes para gerar números aleatórios através de programas computacionais.

2.2 CONCEITOS BÁSICOS

Não se pode precisar uma definição formal para números aleatórios e nem se pretende aqui tratar filosoficamente o significado de tais números.

As seguintes definições todavia podem ser citadas por aparecerem na literatura específica sobre o assunto [4:127].

D.H. Lehmer (1951):

"Uma sequência aleatória é uma vaga noção, que consubstancia a idéia, de uma sequência na qual cada termo é imprevisível por um "não-iniciado", e cujos números passam por um conjunto de testes tradicionalmente estatísticos e dependentes do uso que se pretenda dar a eles."

J.N. Franklin (1962):

"Uma sequência é aleatória se compartilhar de todas as propriedades, de infinitas sequências, de amostras independentes de variáveis aleatórias oriundas da distribuição uniforme."

A ênfase maior neste trabalho será dada à sequências de números considerados aleatórios. Desta forma uma sequência formada de números aleatórios independentes, com uma distribuição específica, significa que cada número foi obtido somente devido ao acaso, não tendo relação nenhuma com outros números da sequência e que cada um tem uma probabilidade definida e não nula de ocorrer, em um dado intervalo.

Assim $r_1, r_2, \ldots, r_n$ ou simplesmente $\{R_i\}$ i=1,n, denota uma sequência de n números aleatórios.

Para este estudo trabalha-se prioritariamente com sequências de valores aleatórios, gerados segundo uma distribuição uniforme no intervalo [0,1].

Assim as sequências $\{R_i\}$ i=1,n, serão formadas de elementos equiprováveis r_i, tais que $0 \leqslant r_i \leqslant 1$; i=1,n.

As gerações de sequências de números aleatórios, $\{R_i\}$, da forma acima, permitem obter-se variáveis aleatórias segundo qualquer distribuição de probabilidade especificada.

Uma sequência de números aleatórios $\{R_i\}$, i=1,n deve possuir duas importantes propriedades estatísticas: uniformidade e independência.

Cada número aleatório r_i representa um valor amostral independente, obtido de uma distribuição contínua uniforme no intervalo [0,1].

Uma distribuição uniforme, tem funções densidade e distribuição de probabilidade dadas por:

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a \\ 0, & x > b \end{cases} \qquad \text{Eq. 01}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases} \qquad \text{Eq. 02}$$

O gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição uniforme é dado por:

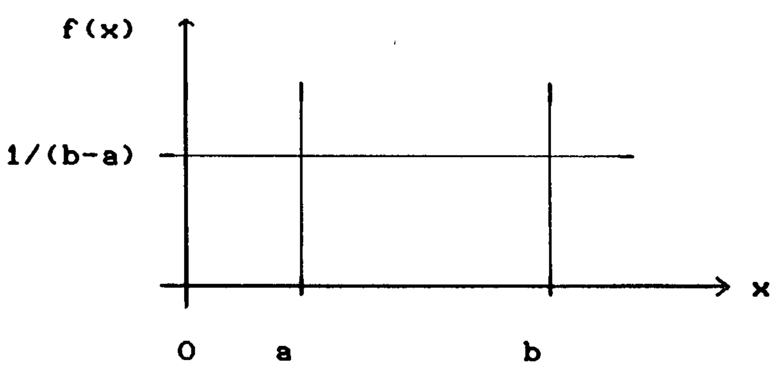


Gráfico 01 - Função densidade de probabilidade da distribuição uniforme.

Os parâmetros, esperança matemática e variância, da distribuição uniforme são dados por:

$$E[x] = \mu_x = (b+a)/2 \qquad \text{Eq. 03}$$

$$Var[x] = \sigma^2_x = (b-a)^2/12 \qquad \text{Eq. 04}$$

2.3 NÚMEROS PSEUDO-ALEATÓRIOS

À geração de números aleatórios, através de processos repetitivos realizados em computador digital, é, em princípio, um paradoxo, uma vez que ou a sequência gerada é aleatória ou é recorrente.

Neste sentido, diz-se que os números assim gerados são "pseudo-aleatórios" porque, apesar do uso de relação de recorrência, eles não podem ser rejeitados, a um determinado nível de significância, por um conjunto de testes estatísticos de aleatoriedade e independência.

Isto posto, no decorrer do trabalho, as expressões aleatória e pseudo-aleatória serão usadas indistintamente.

2.4 PROCESSOS DE GERAÇÃO

Dentre os vários processos de geração de números pseudo-aleatórios, podem-se citar quatro métodos alternativos básicos [5:44]:

a. Os métodos manuais
b. O uso de tabelas
c. O uso de computadores analógicos
d. O uso de computadores digitais

Os métodos manuais, ainda que de grande atratividade didática, como exemplos, não são indicados para uso em experimentações, pois além do processo de geração ser demasiado lento, as sequências não podem ser repetidas a não ser que se construam tabelas com os diversos valores amostrados o que demandaria tempo e ocasionaria dificuldades no manuseio.

O uso de tabelas pressupõe, é claro, uma prévia construção das mesmas por algum processo de geração. Muitas tabelas de números aleatórios já foram apresentadas e sua utilização é usual, dada a facilidade na sua obtenção e a indisponibilidade de métodos mais eficientes.

As desvantagens são que o processo de busca é lento, e a situação pode, em algum caso particular, requerer mais números do que os existentes na tabela.

O terceiro processo, que se utiliza de computadores analógicos, é o único que pode gerar números realmente aleatórios.

Este método, que depende de um processo físico, gera números com grande rapidez. Todavia essas sequências não podem ser repetidas.

Finalmente, a geração através do uso de computadores digitais, pode ser realizada por três métodos sugeridos por Tocher [(26),5:45], citados abaixo.

. Provisão Externa

Esta alternativa consiste no registro de tabelas de números pseudo-aleatórios em fitas ou discos, recuperáveis quando de sua necessidade no programa principal. Este processo, todavia, pode se tornar extremamente moroso se não for utilizado de modo apropriado.

. Geração Interna Através de um Processo Físico-Eletrônico

A segunda alternativa considerada envolve um sistema composto de um dispositivo eletrônico conjugado a um computador digital com capacidade de registrar os resultados obtidos do dispositivo e transformá-los em uma sequência de dígitos.

Entre os sistemas usados para a geração, por esse método, está o do ruído térmico nos circuitos de uma válvula eletrônica.

A maior restrição ao método é que as sequências não podem ser repetidas, o que impossibilita a reaplicação dos números gerados, numa tentativa, por exemplo, de testar os resultados em problemas ou situações inclusas no modelo.

. Geração Interna Através de um Processo de Recorrência

Esta alternativa consiste na geração de números pseudo-aleatórios, através de uma "transformação contínua de um grupo de números arbitrariamente escolhidos" (26)[5:45].

As vantagens desse método são que o mesmo não tem problemas de tempo de geração, não é necessária uma grande capacidade de memória e os números podem ser reproduzidos.

Em relação a essa alternativa, Tocher (26)[5:46] afirmou que "a principal objeção a esta solução, do ponto de vista filosófico, é que uma sequência de dígitos gerada por uma regra puramente determinística constitui a antítese direta de uma sequência aleatória".

As sequências de números pseudo-aleatórios, que se pretende gerar devem [5:46;15:258] :

a. ser uniformemente distribuidos;

b. ser estatísticamente independentes;

c. ser reprodutíveis;

d. ter ciclo suficientemente grande, para a sequência desejada;

e. ter alta velocidade de geração; e

f. utilizar pouca memória de computador.

Estes critérios foram estabelecidos com o intuito de uniformizar procedimentos de validação das sequências. Todavia, uma sequência pode atender a estes requisitos e ser recusada por um outro tipo de teste.

Os dois primeiros critérios, a e b, são analisados em 2.6. Os critérios c e f são cumpridos, pois sabe-se que as sequências geradas através de um processo de recorrência podem sempre ser repetidas e requerem pouca memória. Os critérios d e e dependem, entretanto, do tipo de equipamento que se está utilizando, da quantidade de números que se deseja obter e, principalmente, do método utilizado.

2.5 GERADORES CONGRUENCIAIS

O gerador do tipo aqui proposto serve como ponto de partida para a geração de sequências de números pseudo-aleatórios R_i, uniformemente distribuídos no intervalo [0,1].

O algorítmo que se vai apresentar, tem sua utilização em computadores digitais e segue uma regra determinística da forma:

$X_{n+1} = f\ (X_n)$ onde $0 \leqslant X_n \leqslant M$, $n=0,1,2,...$ Eq. 05

Esta sequência é periódica, no sentido de que para um dado valor inicial X_0, existem números H e L para os quais os valores X_0, X_1, X_2, ..., X_H, ..., X_{H+L-1} são distintos.

O período do gerador é então dado pelo menor H+L, $L \geqslant 1$, tal que $X_{H+L} = X_H$.

Os métodos aqui citados, de geradores congruênciais de números aleatórios, são exemplos do esquema introduzido por D.H. Lehmer em 1948-51 [4:9;5:48;12:93;15:263;17:351;19:176]:

$X_{n+1} = a * X_n + C$ (módulo M) Eq. 06

onde "X_n", "a", "c" e "M" são números inteiros não negativos.

Então, para um dado valor inicial X_0, uma constante multiplicativa "a" e uma constante aditiva "c", a Eq. 06, fornece uma relação de congruência (módulo M), para todo valor de "n", através da sequência:

X_1, X_2, X_3, ...

Os termos X_i determinados pela Eq. 06, são inteiros formando uma sequência de resíduos (módulo M) na qual $X_i \leqslant M$ para todo i, i=1,2,3,... .

Da sequência de X_n pode-se obter através do quociente X_n/M uma nova sequência (R_i) i=1,n, de números racionais no intervalo [0,1].

Sabe-se que toda sequência (R_i), gerada por um processo de congruência tem um período máximo a partir do qual os números passam a se repetir [5:48]. O que se pretende é a utilização de técnicas que, mediante a escolha conveniente de X_0, **a**, c e **M**, tornem o período da sequência suficientemente longo e sua geração ocorra num mínimo de tempo.

Vários métodos básicos de congruência foram desenvolvidos [3:172;4:9;5:48;12:93;15:263;17:345], para a geração de números aleatórios, mediante a utilização de diferentes versões da Eq. 06, tais como os métodos da conguência aditiva, multiplicativa, mista, linear, e da potência.

Entre todos estes processos de geração, o mais conhecido é o gerador RANDU, que faz parte do conjunto de subrotinas científicas disponíveis para os sistemas IBM.

Este gerador do tipo congruencial multiplicativo, utiliza-se da seguinte relação de recorrência:

$X_{i+1} = a * X_i \pmod{M}$ Eq. 07, onde **a** é uma raiz primitiva de **M**, X_{i+1} é o resíduo e **M** é escolhido como o maior valor que pode ser colocado numa palavra do computador [3:179;17:348].

Sua codificação em FORTRAN, é a seguinte:

```
      iprod = isemei * multpi
         if (iprod) 50,60,60
50       iprod = iprod + 2147483647 + 1
```

```
60      aleai = iprod
        aleai = aleai/2147483647.
        isemei = iprod
     end
```

O mesmo foi incluido no presente trabalho, com a alteração proposta por Marsaglia (5)[2:10] como uma subrotina denominada RAND10, que é a responsável pela geração de números racionais uniformemente distribuidos no intervalo [0,1] e cuja codificação em FORTRAN IV é a seguinte:

```
     Subroutine RAND10
     Common /blok02/
     iprod = isemei * multpi
       aleai = 0.5 + aleai * 4.656612875 E-10
        isemei = iprod
     return
     end
```

A aleatoriedade deste processo é obtida no cálculo de "aleai", ao exceder a capacidade de armazenamento numérico do computador (overflow).

2.6 <u>TESTES ESTATÍSTICOS</u>

Os testes representam, basicamente, uma regra de decisão que permite, em função dos valores obtidos na amostra, aceitar ou rejeitar úma hipótese questionada.

Baseado no grau de confiança (1-α), desejado para o teste, estabelecem-se valores críticos, que permitem, quando comparados às estatísticas amostrais, aceitar ou rejeitar uma hipótese levantada.

Os testes dividem-se basicamente em paramétricos e não paramétricos. Estes, dizem respeito à forma da distribuição, enquanto que aqueles, verificam a validade dos parâmetros.

Os testes estatísticos aqui propostos, buscam verificar o comportamento quanto aos aspectos de aleatoriedade, de independência e de adequação de ajustamento a uma dada distribuição, da sequência de números gerados.

Dentre os vários testes citados na literatura para avaliar a aleatoriedade, independência e a aderência de sequências de números pseudo-aleatórios, a distribuições teóricas de probabilidade, [3:184;4:34;5:57;15:267;16:70;17:371;18:208], serão apresentados:

a.- quanto a aleatoriedade e independência

- O teste do valor esperado e da variância
- O teste das séries
  - por pares
  - por trincas
- O teste das sequências
- O teste do qui-quadrado (X^2)
- O teste de Kolmogorov - Smirnov

b.- quanto a aderência

. O teste do qui-quadrado (X^2)

. O teste de Kolmogorov - Smirnov

2.6.1 OS TESTES DO VALOR ESPERADO E DA VARIÂNCIA

Toma-se uma sequência (R_i), i=1,n, de números pseudo-aleatórios gerados no intervalo [0,1]. Se esses números forem equidistribuidos nesse intervalo, pode-se afirmar que o valor esperado e a variância para a distribuição empírica serão dados respectivamente por:

$E[R] = \bar{r}$ Eq. 08

$Var[R] = S^2_r$ Eq. 09

onde $\bar{r}$ e S^2_r, representam respectivamente a esperança matemática e a variância amostrais.

Se as estatísticas obtidas na distribuição empírica forem significativamente diferentes dos parâmetros da distribuição teórica, o teste rejeita a hipótese de os números gerados terem comportamento segundo uma distribuição uniforme.

Sabe-se que, [1:81;9:157], a distribuição teórica possui os seguintes parâmetros:

$E[R] = \int_a^b r\, f(r)\, dr = (b + a)/2$ Eq. 10

$Var[R] = \int_a^b (r - E[R])^2 f(r)\, dr = (b - a)^2/12$ Eq. 11

E como a=0 e b=1, tem-se:

$E[R] = .50$ e $Var[R] = 1/12$

Os testes estabelecem uma sequência de procedimentos que devem ser seguidos, quais sejam:

a. para a esperança matemática

1. enunciar as hipóteses H_0 e H_1

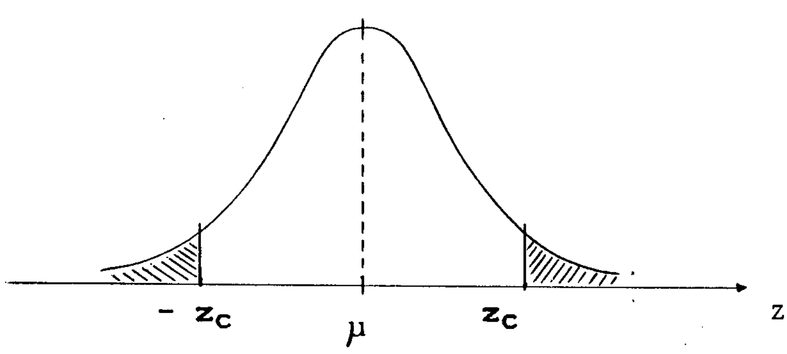
$H_0 : E[R] = \mu_0 = .50$ Eq. 12

$H_1 : E[R] = \mu_0 \neq .50$

2. fixar o limite de erro α e identificar a variável do teste em função das informações obtidas na amostra. Os limites recomendados na literatura são $\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$

se @ for conhecido ou amostra for grande a aproximação pode ser feita através da distribuição normal --> Z.

3. determinar a região crítica em função da variável tabelada através da Tabela "A" .



4. calcular o valor da variável do teste a partir dos valores obtidos na amostra

$$Z = [(\bar{r} - \mu_0)/@]/n^{1/2} \quad \text{Eq. 13}$$

5. aceitar ou rejeitar a hipótese nula de acordo com a estimativa obtida no item 4. em confronto com a região delimitada no item 3..

se $| Z | > Z_c$ --> rejeita-se HO

b. para a variância

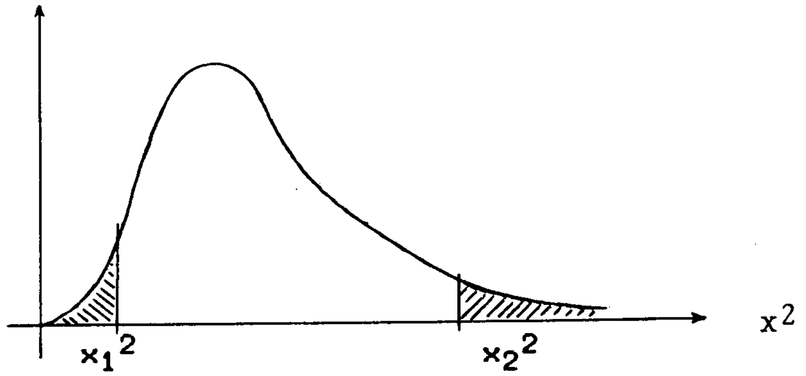
1. enunciar as hipóteses

H_0 : $Var[R] = @^2{}_0 = 1/12$ Eq. 14

H_1 : $Var[R] = @^2{}_0 \neq 1/12$

2. fixar o limite do erro α e considerar a variável X^2, com n-1 graus de liberdade. Os limites recomendados na literatura são de α = 5% e α = 1%

3. determinar a região crítica em função da variável tabelada através da Tabela "B".



4. calcular o valor da variável do teste

$X^2 = S^2 * (n - 1) / @^2{}_0$ Eq. 15

5. aceitar ou rejeitar a hipótese nula H_O de acordo com a estimativa obtida no item 4. em confronto com a região delimitada no item 3..

se $X^2 < X^2_c$ ou $X^2 > X^2_c$ --> rejeita-se HO

2.6.2 O TESTE DAS SEQUÊNCIAS

Tomam-se n observações $r_1, r_2, \ldots, r_n$ de números pseudo-aleatórios gerados em [0,1].

Esta sequência de valores pode ser testada quanto à ocorrência de sub-sequências monótonas crescentes ou decrescentes.

Verificam-se quantas sub-sequências monótonas crescentes de tamanhos 1, 2, ...,5 e 6 ou mais elementos ocorrem nos **n** números pseudo-aleatórios gerados r_i, de tal forma que NSC(i) representa o número de sub-sequências de tamanho i, com i variando de 1 a 6.

Para efeito da determinação do tamanho das sub-sequências considera-se uma sequência de tamanho igual a 1 aquela composta de apenas 1 elemento, tamanho 2 aquelas com 2 elementos e assim até as de tamanho 6 que considera todas as sequências de 6 ou mais elementos.

Na análise das diversas sub-sequências observa-se que sub-sequências longas tendem a ser seguidas por curtas e vice-versa o que demostra uma certa falta de independência o que é suficiente para invalidar a aplicação do teste do qui-quadrado. Todavia a seguinte estatística poderá ser computada:

$$Val = (1/n)\ (\Sigma\ [(NSC(i) - nb_i)*(NSC(j) - nb_j)*a_{ij}]) \quad \text{Eq. 16}$$

onde os coeficientes a_{ij} e b_k, com $b_i = b_j = b_k$ i,j,k=1,6, são dados respectivamente pelas matrizes:

$$b_k = [\ 1/6 \quad 5/24 \quad 11/120 \quad 19/720 \quad 29/5040 \quad 48/40320\ ]$$

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} 4529.4 & 9044.9 & 13568.0 & 18091.0 & 22615.0 & 27892.0 \\ 9044.9 & 18097.0 & 27139.0 & 36187.0 & 45234.0 & 55789.0 \\ 13568.0 & 27139.0 & 40721.0 & 54281.0 & 67852.0 & 83685.0 \\ 18091.0 & 36187.0 & 54281.0 & 72414.0 & 90470.0 & 111580.0 \\ 22615.0 & 45234.0 & 67852.0 & 90470.0 & 113262.0 & 139476.0 \\ 27892.0 & 55789.0 & 83685.0 & 111580.0 & 139476.0 & 172860.0 \end{bmatrix}$$

O teste proposto verifica através do teste do qui-quadrado as diferenças entre o número de sub-sequências esperadas de tamanho i, i=1,6, e o número de sub-sequências observadas de mesmo tamanho i, isto é, NSC(i).

A estatística Val em Eq. 16, tem [4:61] uma distribuição aproximada a uma qui-quadrado com 6 graus de liberdade para valores de n iguais ou superiores a 4000.

A significância desse valor obtido em Val pode ser determinada mediante referência à Tabela "B".

Se o valor calculado de Val, obtido através da Eq. 16 superar o valor fixo de X^2_c com 6 graus de liberdade rejeita-se a hipótese da independência.

A região de rejeição da hipótese, estabelecida de acordo com um valor de α pré fixado segue os padrões mais comuns da literatura que consideram $\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$.

2.6.3 O TESTE DAS SÉRIES

Faz-se $W_1 = (r_1, r_2, \ldots, r_k)$, $W_2 = (r_{k+1}, r_{k+2}, \ldots, r_{2k})$, $\ldots$, $W_n = (r_{(n-1)k+1}, r_{(n-1)k+2}, \ldots, r_{nk})$ ser uma sequência de k-uplas de números pseudo aleatórios gerados em $[0,1]$ de tal forma que $W_s = (r_{(s-1)k+1}, \ldots, r_{sk})$ $s=1,n$.

Divide-se um hipercubo unitário no qual $0 \leqslant r_{i+1} \leqslant 1$, $i=0,k-1$ em t^k hipercubos definidos por $(j_1-1)/t < r_i < j_1/t$, $(j_2-1)/t < r_{i+1} < j_2/t$, $\ldots$, $(j_k-1)/t < r_{i+k-1} < j_k/t$ onde $j_l = 1,t$ e $l = 1,k$.

Cada valor j_l pode assumir um valor inteiro de 1 a t, para $l = 1,k$, então existem t^k possíveis hipercubos nos quais um vetor de k observações pode ocorrer.

Então $fo(j_1, \ldots, j_k)$ é a frequência observada de ocorrência de k-uplas W_j, $j = 1,n$ no hipercubo definido por $j_1, \ldots, j_k$.

Assim existem n k-uplas W_j e t^k k-cubos e o número esperado de k-uplas por k-cubos é n/t^k .

O teste proposto mede, sob a hipótese de independência, as discrepâncias entre as frequências observadas $fo(j_1, \ldots, j_k)$ e as frequências esperadas $fe(j_1, \ldots, j_k)$, em cada um dos t^k k-cubos.

Então se (R_i) é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuidas, a estatística

$$X^2 = (t^k/n)\ (\Sigma\ [fo(j_1,\ \ldots,\ j_k) - (n/t^k)]^2) \qquad \text{Eq. 17}$$

tem uma distribuição que, para grandes amostras, se aproxima de uma qui-quadrado com (t^k-1) graus de liberdade.

Sob a hipótese de independência e uniformidade de $\{R_i\}$, tem-se:

$P\ [\ X^2 < X^2_c\ ] = 1 - \alpha$ onde $1 - \alpha$ define uma região da distribuição acumulada qui-quadrado com (t^k-1) graus de liberdade correspondente a aceitação da hipótese, de que as diferenças observadas entre as frequências, não são estatisticamente significativas.

Os valores mais usados na literatura para α são α = 5% e α = 1%.

A significância desse valor obtido em X^2 pode ser determinada mediante referência à Tabela "B".

Se o valor calculado de X^2 superar o valor fixo de X^2_c com (t^k-1) graus de liberdade rejeita-se a hipótese de independência.

2.6.3.1 O TESTE DOS PARES

Tomam-se n observações r_1 , r_2 , ..., r_n de números pseudo-aleatórios gerados em [0,1]. Divide-se o intervalo unitário em M sub-intervalos iguais e determinam-se as frequências fo_{jk} de pares (r_{2i-1},r_{2i}) i=1,n tal que r_{2i-1} pertença ao M-ésimo sub-intervalo.

Tem-se então que o número esperado de observações, isto é, a frequência esperada num particular sub-intervalo é fe_{jk} =

n/M^2. Toma-se fo_{jk} como a frequência de observações que ocorrem no intervalo $jk, j=1,M$ e $k=1,M$.

O teste proposto mede as discrepâncias entre as frequências observadas fo_{jk} e as frequências esperadas fe_{jk} em cada um dos M sub-intervalos. Então se (R_i) é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuidas, a estatística

$$X^2 = \Sigma\ \Sigma\ [(fo_{jk} - fe_{jk})^2/fe_{jk}] \ ;\ j=1,M\ ,\ k=1,M \qquad \text{Eq. 18}$$

tem uma distribuição próxima de uma qui-quadrado com $v=M^2-1$ graus de liberdade, para grandes amostras.

Sob a hipótese de independência e uniformidade de (R_i), tem-se:

$P\ [X^2 < X^2_c\ ] = 1 - \alpha$ onde $1-\alpha$ define uma região da distribuição acumulada qui-quadrado com M^2-1 graus de liberdade correspondente a aceitação da hipótese.

Os valores mais utilizados para α na literatura são $\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$.

A significância desse valor obtido em X^2 pode ser determinada mediante referência a tabela "B".

Se o valor calculado do X^2 superar o valor fixo de X^2_c, com M^2-1 graus de liberdade rejeita-se a hipótese da uniformidade.

2.6.3.2 O TESTE DAS TRINCAS

Tomam-se n observações r_1 , r_2 , ..., r_n de números pseudo-aleatórios gerados em [0,1]. Divide-se o intervalo unitário em M subintervalos iguais e determina-se as frequências fo_{jkl} de trincas $(r_{3i-2}, r_{3i-1}, r_{3i})$ i=1,n tal que r_{3i-2}, r_{3i-1} e r_{3i} pertençam aos sub-intervalos j, k e l, respectivamente.

Tem-se então que o número esperado de observações, isto é, a frequência esperada num particular sub-intervalo é $fe_{jkl} = n/M^3$. Toma-se fo_{jkl} como a frequência de observações que ocorrem no intervalo jkl, j=1,M ; k=1,M e l=1,M.

O teste proposto mede as discrepâncias entre as frequências observadas fo_{jkl} e as frequências esperadas fe_{jkl} em cada um dos M sub-intervalos. Então se $\{R_i\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuidas, a estatística

$X^2 = \Sigma \Sigma \Sigma [(fo_{jkl} - fe_{jkl})^2/fe_{jkl}]$; j=1,M , l=1,M e k=1,M Eq. 19, tem uma distribuição próxima de uma qui-quadrado com M^3-1 graus de liberdade, para grandes amostras.

Sob a hipótese de independência e uniformidade de $\{R_i\}$, tem-se:

$P[X^2 < X^2_c] = 1 - \alpha$ onde $1-\alpha$ define uma região da distribuição acumulada qui-quadrado com M^3-1 graus de liberdade correspondente a aceitação da hipótese.

Os valores mais utilizados para α na literatura são $\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$.

A significância desse valor obtido em X^2 pode ser determinada mediante referência a tabela "B".

Se o valor calculado do X^2 superar o valor fixo de X^2_c, com M^3-1 graus de liberdade rejeita-se a hipótese da uniformidade.

2.6.4 O TESTE DO QUI-QUADRADO

Toma-se uma amostra de n observações r_1 , r_2 , ..., r_n de números pseudo-aleatórios gerados em [0,1] e divide-se o intervalo unitário em k subintervalos iguais de modo que sob a hipótese de uniformidade a probabilidade de que um número r_i, i=1,n, caia num particular intervalo, é 1/k. Tem-se então que o número esperado de observações , isto é, a frequência esperada numa particular classe é $fe_j = n/k$. Toma-se fo_j como a frequência de observações que ocorrem no intervalo [(j-1)/k,j/k], j=1,k.

O teste proposto mede as discrepâncias entre as frequências observadas fo_j e as frequências esperadas fe_j em cada um dos k intervalos. Então se (R_i) é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuidas, a estatística

$$X^2 = \Sigma \quad [(fo_j - fe_j)^2/fe_j] \quad j=1,k \qquad \text{Eq. 20}$$

tem uma distribuição próxima de uma qui-quadrado com k-1 graus de liberdade, para grandes amostras.

Sob a hipótese de independência e uniformidade de (R_i), tem-se:

$P\ [X^2 < X^2{}_c\ ] = 1 - \alpha$ onde $1-\alpha$ define uma região da distribuição acumulada qui-quadrado com k-1 graus de liberdade correspondente a aceitação da hipótese.

Os valores mais utilizados para α na literatura são $\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$.

A significância desse valor obtido em X^2 pode ser determinada mediante referência a tabela "B".

Se o valor calculado do X^2 superar o valor fixo de $X^2{}_c$, com k-1 graus de liberdade rejeita-se a hipótese da uniformidade.

2.6.5 O TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Toma-se uma amostra de n observações r_1 , r_2 , ..., r_n de números pseudo-aleatórios gerados em $[0,1]$.

Seja $F_n(r)$ uma distribuição de frequência acumulada empírica

$$F_n(r) = \begin{cases} 0 & r < r_1 \\ j/n & r_j \leqslant r \leqslant r_{j+1} \ ; \ j=1,n-1 \\ 1 & r > r_n \end{cases} \qquad \text{Eq. 21}$$

Quando r é um valor qualquer da amostra, $Fn(r) = j/n$, onde j é o número de observações da variável não superiores a r, representa a distribuição de frequência acumulada de uma amostra de tamanho igual a n.

Seja $F(r)$ uma distribuição de frequência acumulada completamente especificada, isto é, uma distribuição de frequência acumulada teórica.

Pela hipótese de que a amostra tenha sido extraída da distribuição teórica, espera-se que para cada valor de r, $Fn(r)$ esteja suficientemente próxima de $F(r)$.

O teste proposto mede as diferenças entre as duas funções, focalizando a de maior magnitude.

A estatística do teste é $Dn(r) = \max_{r} |F(r) - Fn(r)|$ Eq. 22, a qual tem uma distribuição que não depende de $F(r)$.

Então para a particular distribuição sendo testada, computa-se $F(r_j)$ $j=1,n$ com a distribuição amostral sendo dada por $F_n(r_j) = j/n \ ; \ j=1,n$.

Os valores críticos de D_c para um nível de significância α e uma amostra de tamanho igual a n podem ser encontrados na Tabela "C".

Aceita-se a hipótese nula se $D_n(r) < D_c$ e em caso contrário, rejeita-se a hipótese da uniformidade.

2.7 ESCOLHA DOS MULTIPLICADORES E SEMENTES

O multiplicador, o módulo e sementes usadas na geração são aqueles propostos na literatura [12:96;15:266;16:68;17:369].

Para os multiplicadores, foram particularmente testados, aqueles, citados por Gordon [12:96] e mais os citadas por Hoaglin (64)[17:369].

Como módulo, atendendo recomendações bibliográficas, e considerando a tecnologia do computador utilizado, IBM-4341, de 32 bites, adotou-se $M = 2^{31} - 1$.

CAPÍTULO III

3. GERAÇAO DE VARIÁVEIS PSEUDO-ALEATÓRIAS NORMAIS

3.1. INTRODUÇÃO

A distribuição normal apareceu já em 1733, quando o matemático De Moivre desenvolveu a equação matemática da curva normal [9:148;13:205].

Foi também o matemático inglês Abraham De Moivre que reconheceu a distribuição normal como uma boa aproximação para a distribuição binomial. Todavia, a importância da distribuição normal começou a ser notada a partir dos trabalhos dos matemáticos Pierre Simon Laplace e Carl Friederich Gauss.

A distribuição normal, hoje uma das mais conhecidas e utilizadas na Estatística, foi inicialmente chamada de "lei de erros", devido a sua utilização por Gauss para modelar erros em observações astronômicas [14:265]. Daí ser frequentemente chamada de distribuição Gaussiana.

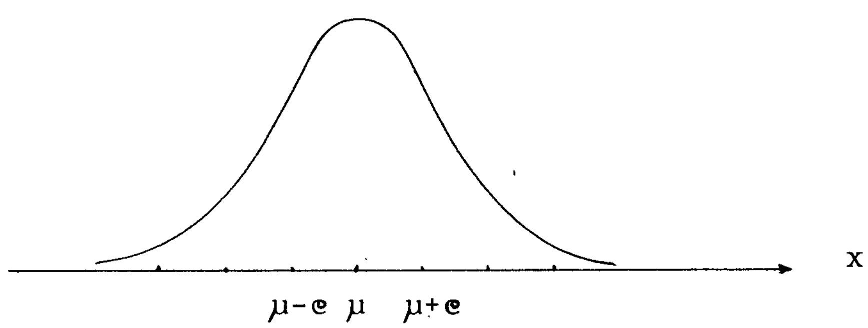
Atualmente o Teorema Central do Limite [1:103;6:345; 9:123], dá apoio ao uso da normal como distribuição de erros, pois é possivel, em muitas situações reais, interpretar o erro de uma observação como resultante de muitos erros, pequenos e independentes [14:265].

Esta distribuição, além de sua grande utilização em fenômenos da vida real, serve, sob certas condições, como uma boa aproximação de outras distribuições tais como a Binomial e a de Poisson. Além disto dá origem às distribuições "t", "X^2" e "F".

A distribuição normal tem sua função densidade de probabilidade (f.d.p.) dada por:

$$f(x) = \frac{1}{@\sqrt{2\pi}} \exp\left((-1/2)[(x-\mu)/@]^2\right) \qquad \begin{array}{c} -oo<x<oo \\ -oo<\mu<oo \\ @>0 \end{array} \qquad \text{Eq. 23}$$

onde μ e $@^2$ são os parâmetros da distribuição e representam, respectivamente, o valor esperado e a variância.



3.2 PROCESSOS DE GERAÇÃO DE VARIÁVEIS NORMAIS

A grande aplicação da distribuição normal, levou pesquisadores a desenvolverem algoritmos computacionais que geram variáveis segundo essa distribuição.

Tentou-se neste trabalho enfocar os métodos mais citados e compará-los, testando o tempo de geração e a adequação dos valores gerados a uma distribuição teórica com comportamento normal.

Salienta-se, entretanto, a existência de contradições sobre a autoria de alguns dos métodos de geração, e até sobre sua efetiva validade.

3.2.1 O MÉTODO DO TEOREMA CENTRAL DO LIMITE

(subroutine NORRO1)

```
inicio
   sumq3 = sum3 = 0.
   iseme1 = semen
   vqlq = nqlq
   para k de 1 até nterm faça
      soma = 0.
      para i de 1 até nqlq faça
         chame rand10
         soma = soma + aleat
      fim para
      vand3(k) = sqrt(12./vqlq)*(soma - vqlq/2)
      vand3(k) = dpad * vand3(k) + xmed
   fim para
   para l de 1 até nterm faça
      escreva vand3(k)
   fim para
   retorne
fim
```

3.2.2 <u>O MÉTODO DE BOX-MUELLER OU POLAR</u>

(subroutine COSSIN)

```
Inicio
   dopi = 6,283185308
   sumq1 = sum1 = 0.
   iseme1 = semen
   mnterm = nterm/2
   l = 0
   para k de 1 até mnterm faça
      l = l+1
      chame rand10
      xnauda = alea1
      chame rand10
      xnaudb = alea1
      vand1(l) = sqrt(-2*alog(xnauda))*(cos(dopi*xnaudb))
      vand1(l) = dpad * vand1(l) + xmed
      l = l+1
      vand1(l) = sqrt(-2*alog(xnauda))*(sin(dopi*xnaudb))
      vand1(l) = dpad * vand1(l) + xmed
   fim para
   para l de 1 até nterm faça
      escreva vand1(l)
   fim para
   retorne
fim
```

3.2.3 <u>O MéTODO DE TEICHROEW</u>

(subroutine NORRO2)

```
inicio
   a1 = 3.949846138
   a3 = 0.252408784
   a5 = 0.076542912
   a7 = 0.008355968
   a9 = 0:029899776
   sumq4 = sum4 = 0.
   iseme1 = semen
   para k de 1 até nterm faça
      soma = 0.
      para i de 1 até 12 faça
         chame rand10
         soma = soma + alea1
      fim para
      aux = (soma - 6)/4
      qaux = aux * aux
      vand4(k) = ((((a9*qaux + a7)*qaux + a5)*
                *qaux + a3)*qaux + a1)*aux
      vand4(k) = dpad * vand4(k) + xmed
   fim para
   para l de 1 até nterm faça
      escreva vand4(k)
   fim para
   retorne
fim
```

3.2.4 O MÉTODO DE MARSAGLIA-MAC LAREN-BRAY

(subroutine NORR03)

```
Início
  $ = 2^-4
  unif = .b1b2b3...
  se b1b2 < 54 então
    vand2(k) = c(b1b2)+$(.b5b6...)
  senão
    se b1b2b3 < 733 então
      vand2(k) = c(b1b2b3-506)+$(.b5b6...)
    senão
      se b1b2b3b4 < 7571 então
        vand2(k) = c(b1b2b3b4-7167)+$(.b5b6...)
      senão
        se unif < .776474207403 então
          j = 408
          enquanto unif >= c(j) faça
            j=j+1
          fim enquanto
          se unif >= c(j+60) então
            gera novo unif
            vand2(k) = c(j-60)+$*unif
          senão
            chave = 0
            enquanto chave = 0 faça
              gera unif1,unif2
```

```
          m=min(unif1,unif2), M=max(unif1,unif2)
          se M<c(j+140)
            vand2(k) = c(j-60) + $*m
            chave = 1
          senão
            w = -.5($*m-$)*[2c(j-60)+$*m+$]
            k1 = M-m
            k2 = c(j+220)(e**w-1)
            se k1<=k2 então
              vand2(k) = c(j-60) + $*m
              chave = 1
            fim se
          fim se
        fim enquanto
      fim se
    senão
      chave = 0
      enquanto chave = 0 faça
        s=1
        enquanto s >= 1 faça
          gera unif1,unif2
          s = unif1**2 + unif2**2
        fim enquanto
        t = [(3**2-2*ln s/s)]**(1/2)
        vand2(k) = unif1*t
        se vand2(K) > 3 então
          chave = 1
        senão
          vand2(k) = unif2*t
```

```
                    se vand2(k) > 3 então
                      chave = 1
                    fim se
                  fim se
                fim enquanto
              fim se
            fim se
          fim se
        fim se
      fim
```

3.3 TESTES ESTATÍSTICOS DE ADERÊNCIA

Uma importante classe de testes, não paramétricos, é constituída pelos chamados testes de aderência, nos quais a hipótese questionada, refere-se, não a um ou mais dos parâmetros, mas à forma da distribuição da população.

Nestes testes, admite-se, como hipótese nula (H_0), que a distribuição da variável em estudo, seja descrita por determinado modelo de distribuição de probabilidade. No caso presente verifica-se a aproximação entre a distribuição amostral e uma distribuição normal, H_0.

Caso haja a rejeição de H_0, com a consequente aceitação de H_1, a um nível de significância pré estabelecido α , conclui-se que o modelo testado é inadequado para a representação da verdadeira distribuição da população.

Consideram-se, aqui, os dois principais testes não paramétricos de aderência:

1. O teste de aderência pelo X^2 (qui-quadrado);
2. O teste de aderência por Kolmogorov-Smirnov.

3.3.1 O TESTE DE ADERÊNCIA PELO "X^2"

Este teste foi desenvolvido por Karl Pearson e baseia-se na seguinte estatística:

$$X^2_v = \Sigma\ [(f_{o,j} - f_{e,j})^2/f_{e,j}] \qquad j=1,k \qquad \text{Eq. 24}$$

onde:

X^2_v é a estatística do teste com v graus de liberdade;

$f_{o,j}$ é a frequência observada em uma dada classe j.;

$f_{e,j}$ é a frequência esperada, segundo o modelo de distribuição testado, para cada uma das k classes;

k é o número de classes.

O teste proposto mostra que, se o modelo testado for verdadeiro, a quantidade definida como X^2_v, terá aproximadamente uma distribuição do X^2 com $v = k-m-1$ graus de liberdade, onde k representa o número de classes e m o número de parâmetros do modelo estimados independentemente a partir da amostra.

Uma restrição do teste, segundo a maioria dos autores, é de todas as $f_{e,j}$ terem de ser maiores ou iguais a 5. Caso esta condição não esteja satisfeita deve-se agrupar as frequências de classes adjacentes até obtê-la.

O teste apresentado por Pearson é do tipo unilateral sendo que a hipótese H_0 será rejeitada caso $X^2_v > X^2_c$, onde X^2_c pode ser obtido através da tabela "B", em função de α e v.

ALGORÍTMO DO TESTE DO X^2

passo 1: Compute o número $f_{o,j}$, de elementos observados em cada classe j, j=1,k;

passo 2: Sob a condição da hipótese nula calcule $f_{e,j}$;

passo 3: Determine o número de graus de liberdade sob a distribuição do X^2, $v = k-m-1$

passo 4: Calcule a estatística do teste

$$X^2_v = \Sigma\ [(f_{o,j} - f_{e,j})^2/f_{e,j}] \qquad j=1,k$$

passo 5: Ache o valor crítico da variável qui-quadrado X^2_c, tal que a probabilidade de uma variável aleatória X^2_v exceder X^2_c seja igual a α.

passo 6: Se $X^2_v \geq X^2_c$ então rejeita-se H_0, caso contrário aceita-se H_0.

3.3.2 O TESTE DE ADERÊNCIA POR KOLMOGOROV-SMIRNOV

Este método, para testar a aderência à distribuições de probabilidade, foi desenvolvido por Kolmogorov e Smirnov e baseia-se na seguinte estatística:

$$D_n(r) = \max_r |\ F(r) - F_n(r)\ | \qquad \text{Eq. 25}$$

onde:

F(r) indica a função de distribuição acumulada do modelo testado, ou função de repartição, e representa a probabilidade acumulada em cada ponto, ou seja, $F(r) = P(R \leq r)$.

A variável do teste, $D_n(r)$, representa a maior diferença observada entre as funções de distribuições acumuladas do modelo e da amostra.

O teste proposto é do tipo unilateral, sendo que H_0 será rejeitada caso $D_n(r) > D_c$, onde D_c pode ser obtido através da tabela "C" e em função de α e n.

A rejeição de H_0, com a consequente aceitação de H_1, leva à conclusão de que não existe uma boa aproximação entre as distribuições.

<u>ALGORÍTMO DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV</u>

passo 1: Ordene os elementos da amostra em ordem crescente, de tal forma que $r_i \leq r_{i+1}$; $i=1,n$;

passo 2: Calcule a função distribuição de frequência acumulada teórica, F(r);

passo 3: Calcule a função distribuição de frequência acumulada empírica dada por $Fn(r) = j/n$;

passo 4: Calcule a estatística do teste

$D_n(r) = \max_r | F(r) - F_n(r) |$;

passo 5: Ache o valor crítico da variável D_c, tal que a probabilidade de $D_n(r)$ exceder ao valor crítico D_c seja igual a α .

passo 6: Se $D_n(r) \geq D_c$ então rejeita-se H_O, caso contrário aceita-se H_O.

3.4 COMPARAÇÃO DOS DIVERSOS PROCESSOS

Na análise comparativa dos algorítmos, levou-se em consideração dois principais aspectos:

. a aleatoriedade a independência e a aderência dos dados a distribuição de probabilidade normal reduzida;

. o desempenho computacional, considerado em termos de memória e tempo para um número definido de gerações.

Quanto ao primeiro aspecto, foram realizadas verificações através dos testes estatísticos já citados.

Para testar o segundo aspecto, foram utilizados 5 multiplicadores e 12 diferentes sementes, na geração de 10000 valores aleatórios, com comportamento segundo uma distribuição normal, resultando em 60 testes para cada gerador e num total de 2.400.000 valores gerados.

Para cada par multiplicador x semente, e para cada algoritmo, foram computados os tempos de geração, a média aritmética, a mediana e o desvio padrão. Os resultados assim obtidos encontram-se nas Tabelas de 01 a 05.

Os valores foram considerados globalmente e os resultados finais aparecem na Tabela 06.

Tabela 01 - Tempos gastos pelos algoritmos, na geração de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão com a = 16807.

\ Sementes	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
	Tempos em segundos			
1. 694449963	1,4766	4,6530	4,7563	2,0532
2. 679782065	1,4499	4,6297	4,7363	2,0032
3. 1814423831	1,4366	4,6864	4,7364	2,0132
4. 1500689563	1,4899	4,6297	4,8963	1,9865
5. 900097409	1,4689	4,6297	4,7463	1,9765
6. 2139421629	1,4799	4,7297	4,7197	1,9932
7. 2115554625	1,4499	4,7064	4,9064	2,0265
8. 1790194897	1,4466	4,5897	4,7897	2,0099
9. 868884779	1,4799	4,6097	4,8230	2,0032
10. 694449963	1,4632	4,7930	4,8464	2,1032
11. 99730233	1,4732	4,6464	4,8197	2,0732
12. 1541577343	1,4699	4,6630	4,8463	2,0199
Média	1,4654	4,6637	4,8019	2,0218
Mediana	1,4694	4,6497	4,8047	2,0116
Desvio Padrão	0,01626	0,05677	9,06411	0,03730

Tabela 02 - Tempos gastos pelos algoritmos, na geração de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão com a = 1078318381.

	Tempos em segundos			
Sementes	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
1. 384349803	1,4632	4,6364	4,9197	2,1097
2. 1940753515	1,4532	4,6564	4,7097	2,0299
3. 2030525119	1,5299	4,7964	4,9030	2,0665
4. 2085629053	1,4399	4,6897	4,8530	2,1165
5. 1911692545	1,4666	4,6130	4,7697	2,0065
6. 1328059641	1,5066	4,9064	4,8930	2,0365
7. 368444247	1,4599	4,6464	4,7930	2,1032
8. 1347579355	1,4432	4,6030	4,7530	2,0165
9. 1447142721	1,4666	4,5864	4,7197	2,0199
10. 427907775	1,4666	4,5730	4,7464	2,0265
11. 1570613569	1,4499	4,6030	4,8597	2,0132
12. 1369239297	1,4566	4,7364	4,9897	2,0099
Média	1,4669	4,6705	4,8258	2,0462
Mediana	1,4616	4,6414	4,8230	2,0282
Desvio Padrão	0,02608	0,09870	0,08975	0,04149

Tabela 03 - Tempos gastos pelos algoritmos, na geração de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão com a = 1220703125.

	Tempos em segundos			
Sementes	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
1. 1812028907	1,4899	4,6597	4,7697	2,0199
2. 2002740977	1,4799	4,5830	4,8164	2,0532
3. 1477174847	1,4932	4,6697	4,7197	2,0232
4. 685030103	1,5132	4,6397	4,8164	2,0399
5. 190297947	1,4932	4,5630	4,7564	2,0499
6. 264051137	1,4632	4,6764	4,7730	2,0232
7. 1032185407	1,4732	4,6530	4,9563	2,0365
8. 133496081	1,4899	4,8164	4,7497	2,0432
9. 1812028907	1,4732	4,6630	4,8564	1,9865
10. 1678787457	1,4566	4,6697	4,8597	2,0532
11. 1812028907	1,4532	4,6564	4,8530	2,1099
12. 563709931	1,5000	4,7364	4,8564	2,0499
Média	1,4816	4,6655	4,8153	2,0407
Mediana	1,4849	4,6614	4,8164	2,0416
Desvio Padrão	0,01824	0,06480	0,06567	0,02904

Tabela 04 - Tempos gastos pelos algoritmos, na geração de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão com a = 1323257245.

	Tempos em segundos			
Sementes	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
1. 1360335211	1,4366	4,6163	4,7130	2,0000
2. 2051293053	1,4966	4,7164	4,9463	2,1265
3. 1355860927	1,4432	4,5830	4,7197	1,9999
4. 1170009081	1,4399	4,5997	4,7397	2,0199
5. 398089303	1,4666	4,7097	4,8497	2,0232
6. 1158906587	1,4666	4,6464	4,7730	1,9999
7. 91763777	1,4532	4,7464	4,9097	1,9899
8. 390777791	1,4566	4,7564	4,8364	2,0232
9. 1343240257	1,4799	4,6697	4,8830	2,0665
10. 28687873	1,4466	4,6564	4,7764	2,0365
11. 289815403	1,4599	4,6597	4,8597	2,0232
12. 1360335211	1,5066	4,7897	4,8597	1,9999
Média	1,4627	4,6792	4,8222	2,0258
Mediana	1,4582	4,6647	4,8430	2,0216
Desvio Padrão	0,02211	0,06509	0,07644	0,03806

Tabela 05 - Tempos gastos pelos algoritmos, na geração de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão com a = 764261123.

	Tempos em segundos			
Sementes	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
1. 1003864939	1,4599	4,6297	4,7230	2,0232
2. 1667379057	1,4432	4,5864	4,7463	2,0032
3. 1888400831	1,4499	4,6330	4,7130	1,9899
4. 1904529913	1,4332	4,5930	4,7030	1,9932
5. 59856471	1,4666	4,5930	4,7097	1,9899
6. 302765275	1,4832	4,6997	4,7864	1,9999
7. 733628993	1,4966	4,6030	4,7664	2,0065
8. 413814337	1,4632	4,6064	4,7064	1,9865
9. 849538411	1,4632	4,6097	4,7197	1,9865
10. 1003864939	1,4232	4,6130	4,7097	1,9965
11. 1974359041	1,4432	4,5797	4,7464	2,0032
12. 1770749309	1,4466	4,6097	4,6930	2,0032
Média	1,4560	4,6130	4,7269	2,0001
Mediana	1,4549	4,6060	4,7164	1,9982
Desvio Padrão	0,02060	0,03159	0,02836	0,01267

Tabela 06 - Tempos médios de geração, de 10000 valores aleatórios, segundo uma distribuição normal padrão, para cada um dos quatro processos de geração.

	Tempos médios em segundos			
Multiplicador	NORRO3	NORRO2	NORRO1	COSSIN
1. 16807	1,4654	4,6637	4,8019	2,0218
2. 1078318381	1,4669	4,6705	4,8258	2,0462
3. 1220703125	1,4816	4,6655	4,8153	2,0407
4. 1323257245	1,4627	4,6792	4,8222	2,0258
5. 764261123	1,4560	4,6130	4,7269	2,0001
Média Geral	1,4665	4,6584	4,7984	2,0269

CAPÍTULO IV

4. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

4.1 CONCLUSÕES

Analisando através dos testes estatísticos, verificou-se uma certa igualdade entre os quatro algorítmos, o que permitiria a utilização indistinta dos mesmos.

Quanto ao tempo de geração, verificou-se que aquele desenvolvido por MARSAGLIA-MAC LAREN-BRAY, é para todos os multiplicadores testados, o melhor o que pode ser verificado através das tabelas acima.

A seguir pode-se citar o processo de BOX-MUELLER, que possui tempos pouco acima do de Marsaglia, enquanto que os outros dois processos possuem tempos equivalentes.

Dado que nenhum dos processos requer, como já foi dito, uma grande capacidade de memória, sugere-se optar, quando da necessidade de um gerador para variáveis normais, por aquele proposto por Marsaglia-Mac Laren-Bray.

4.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Este trabalho, dada a abrangência do problema, ficou restrito à geração de variáveis estocásticas com comportamento normal.

Sabe-se todavia, que outras situações da natureza tem comportamento, que se aproximam a outras distribuições de probabilidade, por exemplo, "Exponencial", "Uniforme", "Qui-quadrado", etc todas do tipo contínuo. Mais ainda "Binomial", "Poisson", "Geométrica", "Hipergeométrica" etc do tipo discreto.

Sugere-se, que este trabalho, seja continuado, no sentido de se criar um sistema de fácil acesso ao usuário, que permita a geração de variáveis estocásticas segundo outras distribuições de probabilidade.

B I B L I O G R A F I A

1. ALLEN, A. O., Probability, Statistics, and Queueing Theory. Maryland, Werner Rheinboldt, 19xx. p.70-112.

2. AGUIAR, M. B., Gerador de números aleatórios para o sistema IBM/1130. Rio de Janeiro, PUC-RJ, 1972. 54 p.

3. FISHMAN, G. S., Concepts and Methods in Discrete Event Digital Simulation. New York, John Wiley & Sons, 1973. p.167-241.

4. KNUTH, D. E., The Art of Computer Programming. Mass, Addison-Wesley, 1969. p.1-160 v2.

5. NAYLOR, T. H. et alli, Computer Simulation Techniques. New York, John Wiley & Sons, 1968. p.43-122.

6. HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J., Operations Research. San Francisco, Holden-Day, 1974. 2e. p.301-378.

7. HOEL, P. G. et alli, Introdução á teoria da probabilidade. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1978. p.179-202.

8. CRAMER, H., Mathematical Methods os Statistics. New Jersey, Princeton University Press, 1947.

9. GIBRA, I. N., Probability and Statistical Inference. for Scientists and Engineers. New Jersey, Prentic-Hall, 1973. p.133-181,449-465

10. SNEDECOR, G. W., COCHRAM, W. G., Statistical Methods. Iowa, The Iowa State University, 1969, 6e. 593p.

11. PARZEN, E., Modern Probability Theory and its Applications. New York, John Wiley & Sons, 1960. 464p.

12. GORDON, G., System Simulation. New Jersey, Prentice-Hall, 1969. 303p.

13. MIRSHAWKA, V., Probabilidades e estatística para engenharia. São Paulo, Nobel, 1983. p. 205-262.

14. JAMES, B. R., Probabilidade: um curso em nível intermediário. Rio de Janeiro, IMPA, 1981. p.261-79.

15. BANKS, J., CARSON II, J. S., Discrete-event System Simulation. New Jersey, Prentice-Hall, 1984. p.255-329.

16. MIZE, J. H., COX, J. G., Fssentials of Simulation. New Jersey, Prentice-Hall, 1968. p.54-93.

17. FISHMAN, G. S., Principles of Discrete Event Simulation. Chapel Hill, North Carolina, Wiley-Interscience, 1978. p.345-466.

18. GUERRA, M. J., DONAIRE, D., Estatística indutiva. São Paulo, LCTC, 1982. 2e. p. 208-213.

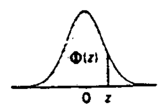
19. EMSHOFF, J. R., SISSON, R. L., Design and Use of Computer Simulation Models. N. Y., Macmillan Publishing Co., Inc, 1970. p. 170-188.

20. ____, MARSAGLIA, G. et alli, A Fast Procedure for Generating Normal Random Variables. Boeing Scientific Research Laboratories, Seattle, Washington, CACM, v.7, n.1, 1964. p.4-10.

T A B E L A S E A N E X O S

2·1(*a*) função de distribuição cumulativa da distribuição normal padrão

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



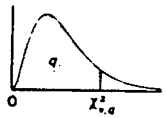
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	partes proporcionais (subtrativas) 1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.9	0.0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.8	0.0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.7	0.0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.6	0.0002	0002	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.5	0.0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.4	0.0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.3	0.0005	0005	0005	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.2	0.0007	0007	0006	0006	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.1	0.0010	0009	0009	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3.0	0.0013	0013	0013	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2.9	0.0019	0018	0018	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2.8	0.0026	0025	0024	0023	0023	0022	0021	0021	0020	0019	0	0	0	0	0	0	0	1	1
-2.7	0.0035	0034	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0	0	0	0	0	1	1	1	1
-2.6	0.0047	0045	0044	0043	0041	0040	0039	0038	0037	0036	0	0	0	0	1	1	1	1	1
-2.5	0.0062	0060	0059	0057	0055	0054	0052	0051	0049	0048	0	0	0	1	1	1	1	1	1
-2.4	0.0082	0080	0078	0075	0073	0071	0069	0068	0066	0064	0	0	1	1	1	1	1	2	2
-2.3	0.0107	0104	0102	0099	0096	0094	0091	0089	0087	0084	0	1	1	1	1	2	2	2	2
-2.2	0.0139	0136	0132	0129	0125	0122	0119	0116	0113	0110	0	1	1	1	2	2	2	3	3
-2.1	0.0179	0174	0170	0166	0162	0158	0154	0150	0146	0143	0	1	1	2	2	2	3	3	4
-2.0	0.0228	0222	0217	0212	0207	0202	0197	0192	0188	0183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
-1.9	0.0287	0281	0274	0268	0262	0256	0250	0244	0239	0233	1	1	2	2	3	4	4	5	5
-1.8	0.0359	0351	0344	0336	0329	0322	0314	0307	0301	0294	1	1	2	3	4	4	5	6	6
-1.7	0.0446	0436	0427	0418	0409	0401	0392	0384	0375	0367	1	2	3	3	4	5	6	7	8
-1.6	0.0548	0537	0526	0516	0505	0495	0485	0475	0465	0455	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1.5	0.0668	0655	0643	0630	0618	0606	0594	0582	0571	0559	1	2	4	5	6	7	8	10	11
-1.4	0.0808	0793	0778	0764	0749	0735	0721	0708	0694	0681	1	3	4	6	7	8	10	11	13
-1.3	0.0968	0951	0934	0918	0901	0885	0869	0853	0838	0823	2	3	5	6	8	10	11	13	14
-1.2	0.1151	1131	1112	1093	1075	1056	1038	1020	1003	0985	2	4	6	7	9	11	13	15	16
-1.1	0.1357	1335	1314	1292	1271	1251	1230	1210	1190	1170	2	4	6	8	10	12	14	16	19
-1.0	0.1587	1562	1539	1515	1492	1469	1446	1423	1401	1379	2	5	7	9	12	14	16	18	21
-0.9	0.1841	1814	1788	1762	1736	1711	1685	1660	1635	1611	3	5	8	10	13	15	18	20	23
-0.8	0.2119	2090	2061	2033	2005	1977	1949	1922	1894	1867	3	6	8	11	14	17	19	22	25
-0.7	0.2420	2389	2358	2327	2296	2266	2236	2206	2177	2148	3	6	9	12	15	18	21	24	27
-0.6	0.2743	2709	2676	2643	2611	2578	2546	2514	2483	2451	3	6	10	13	16	19	23	26	29
-0.5	0.3085	3050	3015	2981	2946	2912	2877	2843	2810	2776	3	7	10	14	17	21	24	27	31
-0.4	0.3446	3409	3372	3336	3300	3264	3228	3192	3156	3121	4	7	11	14	18	22	25	29	32
-0.3	0.3821	3783	3745	3707	3669	3632	3594	3557	3520	3483	4	8	11	15	19	23	26	30	34
-0.2	0.4207	4168	4129	4090	4052	4013	3974	3936	3897	3859	4	8	12	15	19	23	27	31	35
-0.1	0.4602	4562	4522	4483	4443	4404	4364	4325	4286	4247	4	8	12	16	20	24	28	32	35
-0.0	0.5000	4960	4920	4880	4840	4801	4761	4721	4681	4641	4	8	12	16	20	24	28	32	36
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NEAVE, G. R., Tabelas Estatísticas. São Paulo, DIFEL. 1980.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	4	8	12	16	20	24	28	32	35
0.2	0.5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35
0.3	0.6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	4	8	11	15	19	23	26	30	34
0.4	0.6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32
0.5	0.6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	3	7	10	14	17	21	24	27	31
0.6	0.7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	3	6	10	13	16	19	23	26	29
0.7	0.7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852	3	6	9	12	15	18	21	24	27
0.8	0.7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	3	6	8	11	14	17	19	22	25
0.9	0.8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389	3	5	8	10	13	15	18	20	23
1.0	0.8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621	2	5	7	9	12	14	16	18	21
1.1	0.8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	2	4	6	8	10	12	14	16	19
1.2	0.8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015	2	4	6	7	9	11	13	15	16
1.3	0.9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177	2	3	5	6	8	10	11	13	14
1.4	0.9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319	1	3	4	6	7	8	10	11	13
1.5	0.9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441	1	2	4	5	6	7	8	10	11
1.6	0.9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633	1	2	3	3	4	5	6	7	8
1.8	0.9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706	1	1	2	3	4	4	5	6	6
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767	1	1	2	2	3	4	4	5	5
2.0	0.9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817	0	1	1	2	2	3	3	4	4
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	0	1	1	2	2	2	3	3	4
2.2	0.9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916	0	1	1	1	1	2	2	2	2
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936	0	0	1	1	1	1	1	2	2
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2.6	0.9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964	0	0	0	0	1	1	1	1	1
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974	0	0	0	0	0	1	1	1	1
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2.9	0.9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986	0	0	0	0	0	0	0	0	0
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.0	0.998650	.998694	.998736	.998777	.998817	.998856	.998893	.998930	.998965	.998999
3.1	0.999032	.999065	.999096	.999126	.999155	.999184	.999211	.999238	.999264	.999289
3.2	0.999313	.999336	.999359	.999381	.999402	.999423	.999443	.999462	.999481	.999499
3.3	0.999517	.999534	.999550	.999566	.999581	.999596	.999610	.999624	.999638	.999651
3.4	0.999663	.999675	.999687	.999698	.999709	.999720	.999730	.999740	.999749	.999758
3.5	0.999767	.999776	.999784	.999792	.999800	.999807	.999815	.999822	.999828	.999835
3.6	0.999841	.999847	.999853	.999858	.999864	.999869	.999874	.999879	.999883	.999888
3.7	0.999892	.999896	.999900	.999904	.999908	.999912	.999915	.999918	.999922	.999925
3.8	0.999928	.999931	.999933	.999936	.999938	.999941	.999943	.999946	.999948	.999950
3.9	0.999952	.999954	.999956	.999958	.999959	.999961	.999963	.999964	.999966	.999967
4.0	0.999968	.999970	.999971	.999972	.999973	.999974	.999975	.999976	.999977	.999978
4.1	0.999979	.999980	.999981	.999982	.999983	.999983	.999984	.999985	.999985	.999986
4.2	0.999987	.999987	.999988	.999988	.999989	.999989	.999990	.999990	.999991	.999991
4.3	0.999991	.999992	.999992	.999993	.999993	.999993	.999993	.999994	.999994	.999994
4.4	0.999995	.999995	.999995	.999995	.999996	.999996	.999996	.999996	.999996	.999996
4.5	0.999997	.999997	.999997	.999997	.999997	.999997	.999997	.999998	.999998	.999998
4.6	0.999998	.999998	.999998	.999998	.999998	.999998	.999998	.999998	.999999	.999999
4.7	0.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999
4.8	0.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999	.999999
4.9	1.000000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000

3·2 distribuição χ^2 (qui-quadrado)



ν \ q	.0005	0.001	0.005	0.010	0.025	0.050	0.075	0.100	0.150	0.200	0.300	0.400
1	$.0^4393$	$.0^5157$	$.0^4393$	$.0^3157$	$.0^3982$	.00393	.00886	.0158	.0358	.0642	0.148	0.275
2	.00100	.00200	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.156	0.211	0.325	0.446	0.713	1.022
3	0.0153	0.0243	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.472	0.584	0.798	1.005	1.424	1.869
4	0.0639	0.0908	0.207	0.297	0.484	0.711	0.897	1.064	1.366	1.649	2.195	2.753
5	0.158	0.210	0.412	0.554	0.831	1.145	1.394	1.610	1.994	2.343	3.000	3.655
6	0.299	0.381	0.676	0.872	1.237	1.635	1.941	2.204	2.661	3.070	3.828	4.570
7	0.485	0.598	0.989	1.239	1.690	2.167	2.528	2.833	3.358	3.822	4.671	5.493
8	0.710	0.857	1.344	1.646	2.180	2.733	3.144	3.490	4.078	4.594	5.527	6.423
9	0.972	1.152	1.735	2.088	2.700	3.325	3.785	4.168	4.817	5.380	6.393	7.357
10	1.265	1.479	2.156	2.558	3.247	3.940	4.446	4.865	5.570	6.179	7.267	8.295
11	1.587	1.834	2.603	3.053	3.816	4.575	5.124	5.578	6.336	6.989	8.148	9.237
12	1.934	2.214	3.074	3.571	4.404	5.226	5.818	6.304	7.114	7.807	9.034	10.18
13	2.305	2.617	3.565	4.107	5.009	5.892	6.524	7.042	7.901	8.634	9.926	11.13
14	2.697	3.041	4.075	4.660	5.629	6.571	7.242	7.790	8.696	9.467	10.82	12.08
15	3.108	3.483	4.601	5.229	6.262	7.261	7.969	8.547	9.499	10.31	11.72	13.03
16	3.536	3.942	5.142	5.812	6.908	7.962	8.707	9.312	10.31	11.15	12.62	13.98
17	3.980	4.416	5.697	6.408	7.564	8.672	9.452	10.09	11.12	12.00	13.53	14.94
18	4.439	4.905	6.265	7.015	8.231	9.390	10.21	10.86	11.95	12.86	14.44	15.89
19	4.912	5.407	6.844	7.633	8.907	10.12	10.97	11.65	12.77	13.72	15.35	16.85
20	5.398	5.921	7.434	8.260	9.591	10.85	11.73	12.44	13.60	14.58	16.27	17.81
21	5.896	6.447	8.034	8.897	10.28	11.59	12.50	13.24	14.44	15.44	17.18	18.77
22	6.404	6.983	8.643	9.542	10.98	12.34	13.28	14.04	15.28	16.31	18.10	19.73
23	6.924	7.529	9.260	10.20	11.69	13.09	14.06	14.85	16.12	17.19	19.02	20.69
24	7.453	8.085	9.886	10.86	12.40	13.85	14.85	15.66	16.97	18.06	19.94	21.65
25	7.991	8.649	10.52	11.52	13.12	14.61	15.64	16.47	17.82	18.94	20.87	22.62
26	8.538	9.222	11.16	12.20	13.84	15.38	16.44	17.29	18.67	19.82	21.79	23.58
27	9.093	9.803	11.81	12.88	14.57	16.15	17.24	18.11	19.53	20.70	22.72	24.54
28	9.656	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	18.05	18.94	20.39	21.59	23.65	25.51
29	10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	18.85	19.77	21.25	22.48	24.58	26.48
30	10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	19.66	20.60	22.11	23.36	25.51	27.44
31	11.39	12.20	14.46	15.66	17.54	19.28	20.48	21.43	22.98	24.26	26.44	28.41
32	11.98	12.81	15.13	16.36	18.29	20.07	21.30	22.27	23.84	25.15	27.37	29.38
33	12.58	13.43	15.82	17.07	19.05	20.87	22.12	23.11	24.71	26.04	28.31	30.34
34	13.18	14.06	16.50	17.79	19.81	21.66	22.94	23.95	25.59	26.94	29.24	31.31
35	13.79	14.69	17.19	18.51	20.57	22.47	23.76	24.80	26.46	27.84	30.18	32.28
36	14.40	15.32	17.89	19.23	21.34	23.27	24.59	25.64	27.34	28.73	31.12	33.25
37	15.02	15.97	18.59	19.96	22.11	24.07	25.42	26.49	28.21	29.64	32.05	34.22
38	15.64	16.61	19.29	20.69	22.88	24.88	26.25	27.34	29.09	30.54	32.99	35.19
39	16.27	17.26	20.00	21.43	23.65	25.70	27.09	28.20	29.97	31.44	33.93	36.16
40	16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	27.93	29.05	30.86	32.34	34.87	37.13
45	20.14	21.25	24.31	25.90	28.37	30.61	32.14	33.35	35.29	36.88	39.58	42.00
50	23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	36.40	37.69	39.75	41.45	44.31	46.86
60	30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	45.02	46.46	48.76	50.64	53.81	56.62
70	37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	53.75	55.33	57.84	59.90	63.35	66.40
80	44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	62.57	64.28	66.99	69.21	72.92	76.19
90	52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	71.46	73.29	76.20	78.56	82.51	85.99
100	59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	80.41	82.36	85.44	87.95	92.13	95.81
120	75.47	77.76	83.85	86.92	91.57	95.70	98.46	100.6	104.0	106.8	111.4	115.5
150	99.46	102.1	109.1	112.7	118.0	122.7	125.8	128.3	132.1	135.3	140.5	145.0
200	140.7	143.8	152.2	156.4	162.7	168.3	172.0	174.8	179.4	183.0	189.0	194.3

ν \ q	0.500	0.600	0.700	0.800	0.850	0.900	0.925	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999	.9995
1	0.455	0.708	1.074	1.642	2.072	2.706	3.170	3.841	5.024	6.635	7.879	10.83	12.12
2	1.386	1.833	2.408	3.219	3.794	4.605	5.181	5.991	7.378	9.210	10.60	13.82	15.20
3	2.366	2.946	3.665	4.642	5.317	6.251	6.905	7.815	9.348	11.34	12.84	16.27	17.73
4	3.357	4.045	4.878	5.989	6.745	7.779	8.496	9.488	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	4.351	5.132	6.064	7.289	8.115	9.236	10.01	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6	5.348	6.211	7.231	8.558	9.446	10.64	11.47	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	6.346	7.283	8.383	9.803	10.75	12.02	12.88	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	7.344	8.351	9.524	11.03	12.03	13.36	14.27	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	8.343	9.414	10.66	12.24	13.29	14.68	15.63	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	9.342	10.47	11.78	13.44	14.53	15.99	16.97	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	10.34	11.53	12.90	14.63	15.77	17.28	18.29	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12	11.34	12.58	14.01	15.81	16.99	18.55	19.60	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	12.34	13.64	15.12	16.98	18.20	19.81	20.90	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14	13.34	14.69	16.22	18.15	19.41	21.06	22.18	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	14.34	15.73	17.32	19.31	20.60	22.31	23.45	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	15.34	16.78	18.42	20.47	21.79	23.54	24.72	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	16.34	17.82	19.51	21.61	22.98	24.77	25.97	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	17.34	18.87	20.60	22.76	24.16	25.99	27.22	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	18.34	19.91	21.69	23.90	25.33	27.20	28.46	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	19.34	20.95	22.77	25.04	26.50	28.41	29.69	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	20.34	21.99	23.86	26.17	27.66	29.62	30.92	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	21.34	23.03	24.94	27.30	28.82	30.81	32.14	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	22.34	24.07	26.02	28.43	29.98	32.01	33.36	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	23.34	25.11	27.10	29.55	31.13	33.20	34.57	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	24.34	26.14	28.17	30.68	32.28	34.38	35.78	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26	25.34	27.18	29.25	31.79	33.43	35.56	36.98	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27	26.34	28.21	30.32	32.91	34.57	36.74	38.18	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28	27.34	29.25	31.39	34.03	35.71	37.92	39.38	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29	28.34	30.28	32.46	35.14	36.85	39.09	40.57	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30	29.34	31.32	33.53	36.25	37.99	40.26	41.76	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
31	30.34	32.35	34.60	37.36	39.12	41.42	42.95	44.99	48.23	52.19	55.00	61.10	63.58
32	31.34	33.38	35.66	38.47	40.26	42.58	44.13	48.19	49.48	53.49	56.33	62.49	65.00
33	32.34	34.41	36.73	39.57	41.39	43.75	45.31	47.40	50.73	54.78	57.65	63.87	66.40
34	33.34	35.44	37.80	40.68	42.51	44.90	46.49	48.60	51.97	56.06	58.96	65.25	67.80
35	34.34	36.47	38.86	41.78	43.64	46.06	47.66	49.80	53.20	57.34	60.27	66.62	69.20
36	35.34	37.50	39.92	42.88	44.76	47.21	48.84	51.00	54.44	58.62	61.58	67.99	70.59
37	36.34	38.53	40.98	43.98	45.89	48.36	50.01	52.19	55.67	59.89	62.88	69.35	71.97
38	37.34	39.56	42.05	45.08	47.01	49.51	51.17	53.38	56.90	61.16	64.18	70.70	73.35
39	38.34	40.59	43.11	46.17	48.13	50.66	52.34	54.57	58.12	62.43	65.48	72.05	74.73
40	39.34	41.62	44.16	47.27	49.24	51.81	53.50	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
45	44.34	46.76	49.45	52.73	54.81	57.51	59.29	61.66	65.41	69.96	73.17	80.08	82.88
50	49.33	51.89	54.72	58.16	60.35	63.17	65.03	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60	59.33	62.13	65.23	68.97	71.34	74.40	76.41	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.7
70	69.33	72.36	75.69	79.71	82.26	85.53	87.68	90.53	95.02	100.4	104.2	112.3	115.6
80	79.33	82.57	86.12	90.41	93.11	96.58	98.86	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8	128.3
90	89.33	92.76	96.52	101.1	103.9	107.6	110.0	113.1	118.1	124.1	128.3	137.2	140.8
100	99.33	102.9	106.9	111.7	114.7	118.5	121.0	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4	153.2
120	119.3	123.3	127.6	132.8	136.1	140.2	143.0	146.6	152.2	159.0	163.6	173.6	177.6
150	149.3	153.8	158.6	164.3	168.0	172.6	175.6	179.6	185.8	193.2	198.4	209.3	213.6
200	199.3	204.4	210.0	216.6	220.7	226.0	229.5	234.0	241.1	249.4	255.3	267.5	272.4

NEAVE, G. R., Tabelas Estatísticas. São Paulo, DIFEL. 1980.

5·2(*a*) teste da amostra única de Kolmogorov-Smirnov

região crítica: $D_n \geqslant$ valor tabulado

n	5%	1%	n	5%	1%	n	5%	1%	n	5%	1%	n	5%	1%
1	.9750	.9950	21	.2872	.3443	41	.2076	.2490	61	.1709	.2051	81	.1487	.1784
2	.8419	.9293	22	.2809	.3367	42	.2052	.2461	62	.1696	.2034	82	.1478	.1773
3	.7076	.8290	23	.2749	.3295	43	.2028	.2433	63	.1682	.2018	83	.1469	.1763
4	.6239	.7342	24	.2693	.3229	44	.2006	.2406	64	.1669	.2003	84	.1460	.1752
5	.5633	.6685	25	.2640	.3166	45	.1984	.2380	65	.1657	.1988	85	.1452	.1742
6	.5193	.6166	26	.2591	.3106	46	.1963	.2354	66	.1644	.1973	86	.1444	.1732
7	.4834	.5758	27	.2544	.3050	47	.1942	.2330	67	.1632	.1958	87	.1435	.1722
8	.4543	.5418	28	.2499	.2997	48	.1922	.2306	68	.1620	.1944	88	.1427	.1713
9	.4300	.5133	29	.2457	.2947	49	.1903	.2283	69	.1609	.1930	89	.1419	.1703
10	.4092	.4889	30	.2417	.2899	50	.1884	.2260	70	.1597	.1917	90	.1412	.1694
11	.3912	.4677	31	.2379	.2853	51	.1866	.2239	71	.1586	.1903	91	.1404	.1685
12	.3754	.4490	32	.2342	.2809	52	.1848	.2217	72	.1576	.1890	92	.1396	.1676
13	.3614	.4325	33	.2308	.2768	53	.1831	.2197	73	.1565	.1878	93	.1389	.1667
14	.3489	.4176	34	.2274	.2728	54	.1814	.2177	74	.1554	.1865	94	.1382	.1658
15	.3376	.4042	35	.2242	.2690	55	.1798	.2157	75	.1544	.1853	95	.1375	.1649
16	.3273	.3920	36	.2212	.2653	56	.1782	.2138	76	.1534	.1841	96	.1368	.1641
17	.3180	.3809	37	.2183	.2618	57	.1767	.2120	77	.1524	.1829	97	.1361	.1632
18	.3094	.3706	38	.2154	.2584	58	.1752	.2102	78	.1515	.1817	98	.1354	.1624
19	.3014	.3612	39	.2127	.2552	59	.1737	.2084	79	.1505	.1806	99	.1347	.1616
20	.2941	.3524	40	.2101	.2521	60	.1723	.2067	80	.1496	.1795	100	.1340	.1608

5·2(*b*) valores críticos assintóticos de Kolmogorov-Smirnov

nível de significância	20%	10%	5%	2%	1%	0.2%
a	1.0727	1.2238	1.3581	1.5174	1.6276	1.8585

51

NEAVE, G. R., Tabelas Estatísticas. São Paulo, DIFEL. 1980.

A N E X O I

P R O G R A M A C O M P U T A C I O N A L

```
      INTEGER CLAS,SEMEN,FIRST
      INTEGER E,D,TUPC
      INTEGER PESQ(6000),PDIR(6000)
      INTEGER T
      REAL KOLM1,KCLM2,KOLM3
      REAL KOLM4,KCLM5,KOLM6
      REAL KOLM7,KCLM8,KOLM9
      REAL KOLM10,KOLM11,KCLM12
      REAL KKOL1,KKOL4
      REAL MATRI
      REAL*8 C
      REAL*8 ARRAY
      COMMON /BLOK01/ FCLAU(20),NINTU,FESPU
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK03/ AGER(10000)
      COMMON /BLOK04/ AORD(10000)
      COMMON /BLOK05/ XMED,DPAD
      COMMON /BLOK06/ VANDX(10000)
      COMMON /BLOK07/ LICK1,LICK2,LICK3
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK09/ LIGHT
      COMMON /BLOK11/ FCLAN(20),NINTN,FESPN,LIGA
      COMMON /BLOK14/ XINF1,XSUP1,YINF1,YSUP1
      COMMON /BLOK17/ XXTA1,XXTA4
      COMMON /BLOK18/ KKOL1,KKOL4
      COMMON /BLOK19/ KOLM1,KOLM4,KCLM7,KOLM10
      COMMON /BLOK20/ XTAB1,XTAB4,XTAB7
      COMMON /BLOK22/ ISEME2,ALEA2,MULTP2,IPASS2
      COMMON /BLOK23/ KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05
      COMMON /BLOK25/ NQLQ
      COMMON /BLOK27/ C(290)
      COMMON /BLOK31/ D,E,I,J
      COMMON /BLOK32/ VAL1,VAL2,VAL3
      COMMON /BLOK34/ PIVC
      COMMON /BLOK35/ NSC(6),MATRI(6,6),ARRAY(6)
C
C***********************************************************************
C***            LEITURA   DOS   DADOS   DE   ENTRADA                   ***
C***********************************************************************
C
      WRITE(7,9999)
 9999 FORMAT(/,'INICIO DA EXECUCAO')
      READ(3,3000) NPROB,NTEST,NTERM,XMED,DPAD,NQLQ
      READ(3,3010) LICK1,LICK2,LICK3,LICKD,LICKU,LICKN
      READ(3,3020) KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05,LIGA
      READ(3,3070) NINTU,FESPU,NINTN,FESPN,LIGHT
      READ(3,3030) XTAB1,XTAB2,XTAB3
      READ(3,3040) XTAB4,XTAB5,XTAB6
      READ(3,3050) XTAB7,XTAB8,XTAB9
      READ(3,3060) KOLM1,KCLM2,KOLM3
```

```
      READ(3,3061) KOLM4,KOLM5,KOLM6
      READ(3,3062) KOLM7,KOLM8,KOLM9
      READ(3,3065) KOLM10,KOLM11,KOLM12
      READ(3,3063) XXTA1,XXTA4,KKOL1,KKOL4
      READ(3,3090) XINF1,XSUP1,YINF1,YSUP1
      READ(1,3080) (C(I),I=1,290)
      READ(2,3077) ((MATRI(I,J),J=1,6),I=1,6)
      READ(2,3078) (ARRAY(I),I=1,6)
C
      GO TO (100,200,300),LICKD
  100 WRITE(6,3081)
      WRITE(6,3080) (C(I),I=1,290)
  200 WRITE(6,331)
      WRITE(6,3000) NPROB,NTEST,NTERM,XMED,DPAD,NCLQ
      WRITE(6,3010) LICK1,LICK2,LICK3,LICKD,LICKU,LICKN
      WRITE(6,3020) KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05,LIGA
      WRITE(6,3070) NINTU,FESPU,NINTN,FESPN,LIGHT
      WRITE(6,3030) XTAB1,XTAB2,XTAB3
      WRITE(6,3040) XTAB4,XTAB5,XTAB6
      WRITE(6,3050) XTAB7,XTAB8,XTAB9
      WRITE(6,3060) KOLM1,KOLM2,KOLM3
      WRITE(6,3061) KOLM4,KOLM5,KOLM6
      WRITE(6,3062) KOLM7,KOLM8,KOLM9
      WRITE(6,3065) KOLM10,KOLM11,KOLM12
      WRITE(6,3063) XXTA1,XXTA4,KKOL1,KKOL4
      WRITE(6,3090) XINF1,XSUP1,YINF1,YSUP1
      WRITE(6,3076)
      WRITE(6,3077) ((MATRI(I,J),J=1,6),I=1,6)
      WRITE(6,3078) (ARRAY(I),I=1,6)
  300 CONTINUE
C
          DO 222 INDEX = 1,NPROB
             READ(4,112)SEMEN,MULTP
C
             IPASS1 = 0
             IPASS2 = 0
C
C*************************************************************************
C***            ELIMINANDO OS PRIMEIROS NUMEROS GERADOS               ***
C*************************************************************************
C
         ISEMEI = SEMEN
         FIRST  = SEMEN
         MULTP1 = MULTP
C
      DO 333 LI = 1,NTEST
         CALL RAND10
 333  CONTINUE
C
         SEMEN = ISEMEI
C
      WRITE(7,987)INDEX
  987 FORMAT(/,'BEGIN -, PROBL.',I3)
C
C*************************************************************************
C***                 IMPRESSAO DOS DADOS DE ENTRADA                    ***
C*************************************************************************
```

```
C
      GO TO (5001,5002,5003),LICKU
C
 5001 WRITE(6,220) INDEX,FIRST,MULTP,SEMEN
      WRITE(6,311)
C
C*****************************************************************************
C***                                                                       ***
C***                                  --,   MEDIA - DESVIC PADRAO          ***
C***        TESTES DE ADERENCIA       --,   KOLMOGOROV-SMIRNOV             ***
C***                                  --,   CHI-QUADRADC                   ***
C***     TESTE DE INDEPENDENCIA       --,   CHI-QUADRADC                   ***
C-----------------------------------------------------------------------------
C***        PARA VARIAVEIS ALEATORIAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS           ***
C*****************************************************************************
C
 5002 WRITE(7,321)
  321 FORMAT('ENTER -, GERA01')
      CALL GERA01
C
      WRITE(7,332)
  332 FORMAT('ENTER -, VETU20')
      CALL VETU20
C
      WRITE(7,444)
  444 FORMAT('ENTER -, MEDVAR')
      CALL MEDVAR
C
      WRITE(7,552)
  552 FORMAT('ENTER -, MEDSEQ')
      CALL MEDSEQ
C
      WRITE(7,551)
  551 FORMAT('ENTER -, KSADU0')
      CALL KSADU0
C
C     WRITE(7,553)
C 553 FORMAT('ENTER -, KSADU1')
C     CALL KSADU1
C
C     WRITE(7,555)
C 555 FORMAT('ENTER -, KSADU2')
C     CALL KSADU2
C
C     WRITE(7,554)
C 554 FORMAT('ENTER -, KSADU3')
C     CALL KSADU3
C
      WRITE(7,666)
  666 FORMAT('ENTER -, X2ADU1')
      CALL X2ADU1
C
      WRITE(7,774)
  774 FORMAT('ENTER -, X2INU1')
      CALL X2INU1
C
```

```
      WRITE(7,123)
  123 FORMAT('ENTER -, X2INU2')
      CALL X2INU2
C
 5003 CONTINUE
C
C
C*****************************************************************************
C***           GERACAO DE VARIAVEIS NORMAL/E DISTRIBUIDAS                  ***
C*****************************************************************************
C
      GO TO (1001,1002,1003,1004,1005,1006,1007,1008),LICKN
 1006 WRITE(6,322) INDEX
C
 1002 WRITE(7,777)
  777 FORMAT(/,'ENTER -, NCRCOS')
      CALL STIMER
      CALL NORCOS
      CALL TTIMER(TIME1)
      WRITE(6,2001)TIME1
C
 1001 WRITE(7,888)
  888 FORMAT(/,'ENTER -, NCRSIN')
      CALL STIMER
      CALL NORSIN
      CALL TTIMER(TIME2)
      WRITE(6,2002)TIME2
C
 1005 WRITE(7,985)
  985 FORMAT(/,'ENTER -, NCRR03')
      CALL STIMER
      CALL NORR03
      CALL TTIMER(TIME5)
      WRITE(6,2007)TIME5
C
 1004 WRITE(7,986)
  986 FORMAT(/,'ENTER -, NCRR02')
      CALL STIMER
      CALL NORR02
      CALL TTIMER(TIME4)
      WRITE(6,2008)TIME4
C
 1003 WRITE(7,999)
  999 FORMAT(/,'ENTER -, NCRR01')
      CALL STIMER
      CALL NORR01
      CALL TTIMER(TIME3)
      WRITE(6,2003)TIME3
C
 1008 WRITE(7,983)
  983 FORMAT(/,'ENTER -, CCSSIN')
      CALL STIMER
      CALL COSSIN
      CALL TTIMER(TIME7)
      WRITE(6,2009)TIME7
C
```

```
      WRITE(6,2013) IPASS1
      WRITE(6,2014) IPASS2
C
 1007 CONTINUE
  222 CONTINUE
      STOP
 3000 FORMAT(3X,I4,I6,I7,2F7.4,I4)
 3010 FORMAT(4X,6I3)
 3020 FORMAT(4X,6I3)
 3030 FORMAT(4X,3F9.3)
 3040 FORMAT(4X,3F9.3)
 3050 FORMAT(4X,3F9.3)
 3060 FORMAT(5X,3F9.4)
 3061 FORMAT(5X,3F9.4)
 3062 FORMAT(5X,3F9.4)
 3063 FORMAT(4X,4F9.3)
 3065 FORMAT(5X,3F9.4)
 3077 FORMAT(6F10.1)
 3076 FORMAT(T3,69('*'),
     1      /,T17,'DADOS DE ENTRADA DAS MATRIZES A(IJ) E B',
     2      /,T3,69('*'))
 3078 FORMAT(6F12.9)
 3070 FORMAT(4X,I4,F6.0,I4,F6.0,I4)
 3090 FORMAT(6X,4F9.5)
 2013 FORMAT(/,T10,24('*'),
     A            /,T11,'CHAM NA RANDIO =',I7,
     B            /,T10,24('*'))
 2014 FORMAT(/,T10,24('*'),
     A            /,T11,'CHAM NA RAND20 =',I7,
     B            /,T10,24('*'))
  112 FORMAT(2I10)
 3081 FORMAT(T3,69('*'),
     1      /,T22,'DADOS DE ENTRADA DO VETOR   C  ',
     2      /,T3,69('*'))
  230 FORMAT(1H1,//,T7,34('*'),
     A            /,T15,'PROBLEMA DE N.',I4,
     B            /,T7,34('*')/,
     C            /,T17,'SEMENTE =',I12,
     D            /,T11,'MULTIPLICADOR =',I12)
 2001 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA NORCOS =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
 2002 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA NORSIN =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
 2003 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA NORRO1 =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
 2007 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA NORRO3 =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
 2008 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA NORRO2 =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
 2009 FORMAT(T7,60('*'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERA. DA COSSIN =',F11.6,
     2      /,T7,60('*'))
```

```
 331 FORMAT(1H1,///,T2,38('*'),
    1       /,T4,'VALORES LIMITES E DADOS DE ENTRADA',
    2       /,T2,38('*'))
 220 FORMAT(1H1,//,T10,28('*'),
    A            /,T13,' DADOS   DE   ENTRADA',
    B            /,T10,28('*')/,
    C            /,T12,'PROBLEMA DE N.',I4,
    D            /,T17,'SEMENTE =',I12,
    E            /,T11,'MULTIPLICADOR =',I12,
    F            /,T11,'VALOR INICIAL =',I12)
 311 FORMAT(//,T7,60('*'),
    1       /,T12,'TESTES DE ADERENCIA E INDEPENDENCIA APLICADOS A UM',
    2       /,T12,'CONJUNTO  DE  VARIAVEIS  ALEATORIAS  UNIFORMEMENTE',
    3       /,T12,'DISTRIBUIDAS, GERADAS PELA ROTINA RANDIO   EM  0-1',
    4       /,T7,60('*'))
3080 FORMAT(5E14.5)
 322 FORMAT(1H1,//,T9,17('*'),
    A       /,T9,'PROBLEMA DE N.',I3,
    B       /,T9,17('*'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE GERA01
      INTEGER CLAS,SEMEN
      INTEGER E,D,TOPO
      INTEGER PESQ(6000),PDIR(6000)
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK03/ AGER(10000)
      COMMON /BLOK04/ AORD(10000)
      COMMON /BLOK07/ LICK1,LICK2,LICK3
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK31/ D,E,I,J
      COMMON /BLOK32/ VAL1,VAL2,VAL3
      COMMON /BLOK34/ PIVO
C
C*********************************************************************
C***    SUBROTINA                                                  ***
C***    GERADORA DO VETOR DOS NUMEROS PSEUDO-ALEAT DE  RANDIO    ***
C***    IMPRESSAO ORDENADA DOS NUMEROS                             ***
C***    IMPRESSAO DOS NUMEROS SEGUNDO A ORDEM DE GERACAO           ***
C*********************************************************************
C
          ISEME1 = SEMEN
C
      CALL STIMER
C
          DO 15 I = 1,NTERM
            CALL   RANDIO
            AGER(I) = ALEA1
   15     CONTINUE
C
      CALL TTIMER (TIME20)
      WRITE(6,95)TIME20
C
```

```
C***********************************************************************
C***                FORMATO DE IMPRESSAO DOS RESULTADOS                ***
C***********************************************************************
C
          GO TO (30,35,40),LICK1
C
C***********************************************************************
C***            IMPRESSAO DOS NUMEROS SEGUNDO A ORDEM DE GERACAO       ***
C***********************************************************************
C
   30     WRITE(6,85)
          WRITE(6,90)(AGER(K), K = 1,NTERM)
          WRITE(6,85)
            GO TO 40
C
C***********************************************************************
C***                CHAMADA DA SUBROTINA QUE ORDENA                    ***
C***********************************************************************
C
   35     DO 45 I = 1,NTERM
            AORD(I) = AGER(I)
   45     CONTINUE
C
               CALL STIMER
C
            TOPO=1
            PESQ(TOPO)=1
            PDIR(TOPO)=NTERM
C
   55       IF(.NOT.(TOPO.NE.0)) GO TO 50
               E=PESQ(TOPO)
               D=PDIR(TOPO)
               TOPO=TOPO-1
   65       IF(.NOT.(D.GT.E)) GO TO 55
C
               CALL PARTIC
C
                    TOPO=TOPO+1
                IF(.NOT.((J-E).GT.(D-I))) GO TO 60
                    PESQ(TOPO)=E
                    PDIR(TOPO)=J
                       E=I
                       GO TO 65
   60               PESQ(TOPO)=I
                    PDIR(TOPO)=D
                       D=J
                       GO TO 65
   50        CONTINUE
C
          CALL TTIMER(TIME10)
          WRITE(6,70)TIME10
C
C***********************************************************************
C***         IMPRESSAO DOS NUMEROS ORDENADOS EM ORDEM CRESCENTE        ***
C***********************************************************************
C
```

```
          WRITE(6,85)
          WRITE(6,90)(AORD(K), K = 1,NTERM)
          WRITE(6,85)
             GO TO 40
C
   40 CONTINUE
C
      RETURN
C
   70 FORMAT(T7,20('-*-'),
     1      /,T17,'TEMPO DE PROC. DA ORDENACAO =',F11.6,
     2      /,T7,20('-*-'))
   85 FORMAT( 1H1,///,4X,126('*'))
   90 FORMAT(4X,14F9.7)
   95 FORMAT( T7,20('-*-'),
     1      /,T17,'TEMPO DE GERAÇAO DOS NUMEROS =',F10.6,
     2      /,T7,20('-*-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE SELECT
      COMMON /BLOK32/ VAL1,VAL2,VAL3
      COMMON /BLOK34/ PIVO
C
                IF( ((VAL1.GE.VAL2).AND.(VAL1.LE.VAL3)).OR.
     *             ((VAL1.LE.VAL2).AND.(VAL1.GE.VAL3))) GOTO 1001
                IF( ((VAL2.GE.VAL1).AND.(VAL2.LE.VAL3)).OR.
     *             ((VAL2.LE.VAL1).AND.(VAL2.GE.VAL3))) GOTO 2001
                     PIVO=VAL3
                RETURN
 1001                PIVO = VAL1
                RETURN
 2001                PIVO = VAL2
                RETURN
                END
C
C
C
      SUBROUTINE PARTIC
      INTEGER E,D,TOPO
      COMMON /BLOK04/ AORD(10000)
      COMMON /BLOK31/ D,E,I,J
      COMMON /BLOK32/ VAL1,VAL2,VAL3
      COMMON /BLOK34/ PIVO
C
                I=E
                J=D
                VAL1=AORD(E)
                IND=(E+D)/2
                VAL2=AORD(IND)
                VAL3=AORD(D)
C
                CALL SELECT
C
 1234           IF(I.GT.J) RETURN
 5432              IF(.NOT.(AORD(I).LT.PIVO)) GOTO 6543
```

```
                   I = I + 1
                     GO TO 5432
C
 6543            IF(.NOT.(AORD(J).GT.PIVO)) GOTO 7654
                   J = J - 1
                     GO TO 6543
C
 7654            IF(.NOT.(I.LE.J)) GO TO 1234
                   AUX=AORD(I)
                   AORD(I)=AORD(J)
                   AORD(J)=AUX
                     I=I+1
                     J=J-1
                   GO TO 1234
               END
C
C
C
      SUBROUTINE KSADU3
      REAL KOLM7
      DIMENSION FTEO3(20),FACU3(20),FCLA3(20)
      COMMON /BLOK01/ FCLAU(20),NINT3,FESP3
      COMMON /BLOK19/ KOLM1,KOLM4,KOLM7
C
C**********************************************************************
C***           TESTE DE ADERENCIA POR  KOLMOGOROV-SMIRNOV           ***
C***                    (DISTRIBUICAO UNIFORME)                     ***
C**********************************************************************
C
      DO 300 J = 1,NINT3
         FCLA3(J) = 0.
         FTEO3(J) = 0.
         FACU3(J) = 0.
 300  CONTINUE
          SOMA3 = 0.
          DESV3 = 0.
      DO 305 K = 1,NINT3
         FCLA3(K) = FCLAU(K)
 305  CONTINUE
C
C**********************************************************************
C***       CALCULO DO MAIOR DESVIO NO TESTE KOLMOGOROV-SMIRNOV      ***
C**********************************************************************
C
      DO 310 I = 1,NINT3
          FTEO3(I) = I
          FACU3(I) = SOMA3 + FCLA3(I)/FESP3
          SOMA3 = FACU3(I)
          DIFE3 = ABS(FTEO3(I) - FACU3(I))
             IF(DIFE3.GT.DESV3) DESV3 = DIFE3
 310  CONTINUE
C
C**********************************************************************
C***           VALIDADE DO TESTE DE  KOLMOGOROV/SMIRNOV             ***
C**********************************************************************
C
```

```
      IF(DESV3.GE.KOLM7) GC TO 315
      WRITE(6,320) DESV3
      GO TO 325
  315 WRITE(6,330) DESV3
  325 CONTINUE
C
      RETURN
C
  320 FORMAT(T7,60('-'),
     A      /,T11,'TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR - ( 20 ) =',F10.5,
     B      /,T7,60('-'))
  330 FORMAT(T13,47('-'),
     A      /,T13,'CS NUMEROS NAC SEGUEM UMA DISTRIBUICAO UNIFORME',
     B      /,T15,'VALOR DO KOLM/SMIR CALC-  20 =',F10.5,
     C      /,T13,47('-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE X2ADUI
      DIMENSION FCLA4(20)
      COMMON /BLOK01/ FCLAU(20),NINT4,FESP4
      COMMON /BLOK20/ XTAB1,XTAB4,XTAB7
C
C**********************************************************************
C***              TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUADRADO              ***
C***                    (DISTRIBUICAO UNIFORME)                     ***
C**********************************************************************
C
        DO 400 K = 1,NINT4
           FCLA4(K) = 0.
 400    CONTINUE
           DIFE4 = 0
           SOMA4 = 0.
        DO 405 K = 1,NINT4
           FCLA4(K) = FCLAU(K)
 405    CONTINUE
C
C**********************************************************************
C***                CALCULO DO VALOR DC CHI-QUADRADO                ***
C**********************************************************************
C
      DO 410 I = 1,NINT4
         DIFE4 = FCLA4(I) - FESP4
         QDIF4 = DIFE4 * DIFE4
         SOMA4 = SCMA4 + QDIF4
 410  CONTINUE
         CHIQ4 = SCMA4/FESP4
C
C*********************************************************************
C***            VALIDADE DO TESTE DO CHI-QUADRADO                  ***
C*********************************************************************
C
      IF(CHIQ4.GE.XTAB1) GO TO 415
      WRITE(6,420) CHIQ4
      GO TO 425
  415 WRITE(6,430) CHIQ4
```

```
  425 CONTINUE
C
      RETURN
C
  420 FORMAT(T7,60('-'),
     1       /,T11,'TESTE DE ADERENCIA PELO QUI-QUA. - ( I9 ) =',F10.4,
     2       /,T7,60('-'))
  430 FORMAT(T13,47('-'),
     1       /,T13,'OS NUMEROS NAO SEGUEM UMA DISTRIBUICAO UNIFORME',
     2       /,T15,'VALOR DO CHI-QUADRADO CALC.- 19 =',F10.4,
     3       /,T13,47('-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE X2INU1
      INTEGER SEMEN
      DIMENSION CONT(20,20)
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK07/ LICK1,LICK2,LICK3
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULIP,NTERM
      COMMON /BLOK20/ XTAB1,XTAB4,XTAB7
C
C*************************************************************************
C***          TESTE DE INDEPENDENCIA PELO CHI-QUADRADO                 ***
C*************************************************************************
C
                NORD5 = 10
                FESP5 = 100.
                SOMA5 = 0.
C
             DO 500 I = 1,NORD5
                DO 505 J = 1,NORD5
                   CONT(I,J) = 0.
  505           CONTINUE
  500        CONTINUE
C
                ISEME1 = SEMEN
C
             DO 510 K = 1,NTERM
                CALL RANDIO
                I = (ALEA1*1000./FESP5) + 1
                   CALL RAND10
                   J = (ALEA1*1000./FESP5) + 1
                CONT(I,J) = CONT(I,J) + 1
  510        CONTINUE
C
C*************************************************************************
C***            CALCULO DO VALOR DO CHI-QUADRADO                       ***
C*************************************************************************
C
                DO 515 I = 1,NORD5
                   DO 520 J = 1,NORD5
                      DIFE5 = (CONT(I,J) - FESP5)
                      QDIF5 = DIFE5 * DIFE5
                      SOMA5 = SOMA5 + QDIF5
  520              CONTINUE
```

```
  515          CONTINUE
               CHIQ5 = SOMAS/FESP5
C
C*****************************************************************************
C***                FORMATO DE IMPRESSAO DOS RESULTADOS                    ***
C*****************************************************************************
C
         GO TO (565,570),LICK2
C
C*****************************************************************************
C***              CONSTRUCAO DA MATRIZ DAS FREQUENCIAS                     ***
C*****************************************************************************
C
  565 WRITE(6,560)
      DO 525 I = 1,NORD5
         WRITE(6,530)(CONT(I,J),J = 1,NORD5)
  525 CONTINUE
C
      WRITE(6,535)
C
C*****************************************************************************
C***                VALIDADE DO TESTE DO CHI-QUADRADO                      ***
C*****************************************************************************
C
  570 IF(CHIQ5.GE.XTAB4) GO TO 540
      WRITE(6,545) CHIQ5
      GO TO 550
  540 WRITE(6,555) CHIQ5
  550 CONTINUE
C
      RETURN
C
  545 FORMAT(T7,60('-'),
     1      /,T11,'TESTE DE INDEPENDENCIA PELO QUI-QUA.  99 =',F10.4,
     2      /,T7,60('-'))
  560 FORMAT(1H1,//,T18,52('*'),
     1      /,T30,'MATRIZ DOS ELEMENTOS GERADOS',
     2      /,T18,52('*'))
  555 FORMAT(T13,47('-'),
     1      /,T13,'OS NUMEROS NAO PASSAM NO TESTE DE INDEPENDENCIA',
     2      /,T15,'VALOR DO CHI-QUADRADO CALC.- 99 =',F10.4,
     3      /,T13,47('-'))
  535 FORMAT(T18,52('*'))
  530 FORMAT(/,T18,10(F5.0))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE X2INU2
      INTEGER SEMEN
      DIMENSION NUME(20,20,20)
      COMMON /BLOK02/ ISEMEI,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK07/ LICK1,LICK2,LICK3
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK20/ XTAB1,XTAB4,XTAB7
```

```
C
C***********************************************************************
C***          TESTE DE INDEPENDENCIA PELO CHI-QUADRADO                ***
C***********************************************************************
C
          NORD6 = 10
          FESP6 = 10.
          SOMA6 = 0.
C
        DO 605 I = 1,NORD6
          DO 610 J = 1,NORD6
            DO 615 K = 1,NORD6
            NUME(I,J,K) = 0.
  615       CONTINUE
  610     CONTINUE
  605   CONTINUE
C
          ISEME1 = SEMEN
C
        DO 620 L = 1,NTERM
          CALL RANDIO
            I = (ALEA1*100./FESP6) + 1
          CALL RANDIO
            J = (ALEA1*100./FESP6) + 1
          CALL RANDIO
            K = (ALEA1*100./FESP6) + 1
          NUME(I,J,K) = NUME(I,J,K) + 1
  620   CONTINUE
C
C***********************************************************************
C***            CALCULO DO VALOR DO CHI-QUADRADO                      ***
C***********************************************************************
C
          DO 625 I = 1,NORD6
            DO 630 J = 1,NORD6
              DO 635 K = 1,NORD6
                DIFE6 = (NUME(I,J,K) - FESP6)
                QDIF6 = DIFE6 * DIFE6
                SOMA6 = SOMA6 + QDIF6
  635         CONTINUE
  630       CONTINUE
  625     CONTINUE
          CHIQ6 = SOMA6/FESP6
C
C***********************************************************************
C***              FORMATO DE IMPRESSAO DOS RESULTADOS                 ***
C***********************************************************************
C
      GO TO (640,645),LICK3
C
C***********************************************************************
C***            CONSTRUCAO DO  CUBO  DAS FREQUENCIAS                  ***
C***********************************************************************
C
  640 WRITE(6,650)
```

```
      DO 655 I = 1,NORD6
      DO 660 J = I,NORD6
         WRITE(6,665)(NUME(I,J,K),K = 1,NORD6)
  660 CONTINUE
  655 CONTINUE
C
      WRITE(6,670)
C
C*************************************************************************
C***                VALIDADE DO TESTE DO CHI-QUADRADO                 ***
C*************************************************************************
C
  645 IF(CHIQ6.GE.XTAB7) GO TO 675
      WRITE(6,680) CHIQ6
      GO TO 685
  675 WRITE(6,690) CHIQ6
  685 CONTINUE
C
      RETURN
C
  680 FORMAT(T7,60('-'),
     1      /,T11,'TESTE DE INDEPENDENCIA PELO QUI-QUA. 999 =',F10.4,
     2      /,T7,60('-'))
  650 FORMAT(1H1,//,T18,52('*'),
     1      /,T30,'MATRIZ DOS ELEMENTOS GERADOS',
     2      /,T18,52('*'))
  690 FORMAT(T13,47('-'),
     1      /,T13,'OS NUMEROS NAO PASSAM NO TESTE DE INDEPENDENCIA',
     2      /,T15,'VALOR DO CHI-QUADRADO CALC.-999 =',F10.4,
     3      /,T13,47('-'))
  670 FORMAT(T18,52('*'))
  665 FORMAT(/,T18,10(I5))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE MEDVAR
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK03/ AGER(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK14/ XINF1,XSUP1,YINF1,YSUP1
C
C*************************************************************************
C***           TESTE DE ADERENCIA PELA MEDIA REAL OBTIDA              ***
C***                     (DISTRIBUICAO UNIFORME)                      ***
C*************************************************************************
C
         SOMAS1 = 0.
         SOMAQ1 = 0.
      DO 100 I = 1,NTERM
         AUXX = AGER(I)
         SOMAS1 = SOMAS1 + AUXX
         SOMAQ1 = SOMAQ1 + AUXX * AUXX
 100  CONTINUE
C
```

```
C***********************************************************************
C***               CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO                ***
C***********************************************************************
C
          XMEDI1 = SOMAS1/NTERM
          VARIA1 = (SOMAQ1- (SOMAS1*SOMAS1)/NTERM)/NTERM
          DPADR1 = SQRT(VARIA1)
C
C***********************************************************************
C***          VALIDADE DOS TESTES     --,  DA MEDIA                   ***
C***                                  --,  DA VARIANCIA               ***
C***********************************************************************
C
          IF(((XINF1.LT.XMEDI1).AND.(XMEDI1.LT.XSUP1)).AND.
     *       ((YINF1.LT.DPADR1).AND.(DPADR1.LT.YSUP1)))  GO TO 105
          GO TO 110
C
  105 WRITE(6,120) XMEDI1,DPADR1
      GO TO 115
  110 WRITE(6,125) XMEDI1,DPADR1
  115 CONTINUE
      RETURN
C
  120 FORMAT(/,T7,60('-'),
     A       /,T13,'VALOR DA MEDIA ARITMETICA AMOSTRAL =',F8.5,
     B       /,T14,'VALOR DO DESVIO PADRAO AMOSTRAL =',F8.5,
     C       /,T7,60('-'))
  125 FORMAT(/,T7,60('-'),
     A       /,T13,'OS NUMEROS NAO SEGUEM UMA DISTRIBUICAO UNIFORME',
     B       /,T13,'VALORES DA  MEDIA E DO  DESVIO PADRAO AMOSTRAIS',
     C       /,T14,'MEDIA =',F8.5,'          DESVIO PADRAO =',F8.5,
     D       /,T7,60('-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE VETU20
      COMMON /BLOK01/ FCLAU(20),NINT1,FESP1
      COMMON /BLOK03/ AGER(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK09/ LIGHT
C
C***********************************************************************
C***    TESTE                                                         ***
C***    DETERMINACAO E IMPRESSAO DAS FREQUENCIAS POR CLASSES          ***
C***********************************************************************
C
      DO 100 J = 1,NINT1
         FCLAU(J) = 0.
 100  CONTINUE
C
      DO 105 I = 1,NTERM
         AUUY = AGER(I)
         CLAS = (AUUY*20.) + 1
         FCLAU(CLAS) = FCLAU(CLAS) + 1
  105 CONTINUE
```

```
C
C*****************************************************************************
C***                FORMATO DE IMPRESSAO DOS RESULTADOS                     ***
C*****************************************************************************
C
      GO TO (10,20,30),LIGHT
C
C*****************************************************************************
C***              CONSTRUCAO DA DISTRIBUICAO DE FREQUENCIAS                 ***
C*****************************************************************************
C
   10 WRITE(6,125)(FCLAU(I),I= 1,10)
      WRITE(6,130)(FCLAU(I),I=11,20)
C
   20 CONTINUE
   30 CONTINUE
C
      RETURN
C
  125 FORMAT(//,T22,44('*'),
     A       /,T28,'INTERVALOS DE CLASSES              F(I)',
     B        /,T22,44('*'),
     C       /,T24,'0,00000000    -    0,04999999',5X,F9.0,
     D       /,T24,'0,05000000    -    0,09999999',5X,F9.0,
     E       /,T24,'0,10000000    -    0,14999999',5X,F9.0,
     F       /,T24,'0,15000000    -    0,19999999',5X,F9.0,
     G       /,T24,'0,20000000    -    0,24999999',5X,F9.0,
     H       /,T24,'0,25000000    -    0,29999999',5X,F9.0,
     I       /,T24,'0,30000000    -    0,34999999',5X,F9.0,
     J       /,T24,'0,35000000    -    0,39999999',5X,F9.0,
     K       /,T24,'0,40000000    -    0,44999999',5X,F9.0,
     L       /,T24,'0,45000000    -    0,49999999',5X,F9.0)
  130 FORMAT(T24,'0,50000000    -    0,54999999',5X,F9.0,
     A       /,T24,'0,55000000    -    0,59999999',5X,F9.0,
     B       /,T24,'0,60000000    -    0,64999999',5X,F9.0,
     C       /,T24,'0,65000000    -    0,69999999',5X,F9.0,
     D       /,T24,'0,70000000    -    0,74999999',5X,F9.0,
     E       /,T24,'0,75000000    -    0,79999999',5X,F9.0,
     F       /,T24,'0,80000000    -    0,84999999',5X,F9.0,
     G       /,T24,'0,85000000    -    0,89999999',5X,F9.0,
     H       /,T24,'0,90000000    -    0,94999999',5X,F9.0,
     I       /,T24,'0,95000000    -    1,00000000',5X,F9.0,
     J       /,T22,44('*'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE NORRO1
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK05/ XMED,DPAD
      COMMON /BLOK06/ VAND3(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULIP,NTERM
      COMMON /BLOK23/ KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05
      COMMON /BLOK25/ NQLQ
C
```

```
C
C*********************************************************************
C***           GERACAO DE V.A.N.D.  (PROCESSO RECURSIVO)          ***
C*********************************************************************
C
         VQLQ = NQLQ
         SUMQ3 = 0.
         SUM3 = 0.
         ISEME1 = SEMEN
      DO 2222 K = 1,NTERM
      SOMA = 0.
      DO 2000 I = 1,NGLQ
         CALL RAND10
            SOMA = SOMA + ALEA1
 2000 CONTINUE
         VAND3(K) = DPAD * SQRT(12./VQLQ)*(SOMA - VCLQ/2.) + XMED
         SUM3 = SUM3 + VAND3(K)
         SUMQ3 = SUMQ3 + VAND3(K)*VAND3(K)
 2222 CONTINUE
         XMEDI3 = SUM3/NTERM
         QSUM3 = SUM3*SUM3
         VARIA3 = (SUMQ3 - QSUM3/NTERM)/NTERM
         DPADR3 = SQRT(VARIA3)
C
C*********************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                      ***
C***        SUBROUTINE VETN20  (VETOR  FCLAN                       ***
C***                              PARA A DISTRIBUICAO NORMAL       ***
C*********************************************************************
C
         WRITE(6,23)
   23 FORMAT(1H1,//,T5,64('*'),
     A        /,T13,'GERACAO DE V.A.N.D. PELO PROCESSO ) RECURSIVO 1 ,',
     B        /,T13,'TESTES DE ADERENCIA',
     C        /,T13,'  ) KOLMOGOROV/SMIRNOV ,',
     D        /,T13,'  )  CUI  -  QUADRADO  ,',
     E        /,T5,64('*'))
         WRITE(7,22)
   22 FORMAT('ENTER -, VETN20')
               CALL VETN20
C
C*********************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                    ***
C***        SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KOLM/SMIR    ***
C***        SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD    ***
C*********************************************************************
C
         WRITE(7,33)
   33 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
             CALL KSADN1
C
         WRITE(7,44)
   44 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
             CALL X2ADN1
C
```

```
C***********************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                        ***
C***          SUBROUTINE VETN16  (VETOR  FCLAN                       ***
C***                                  PARA A DISTRIBUICAO NORMAL     ***
C***********************************************************************
C
        WRITE(7,222)
  222 FORMAT('ENTER -, VETN16')
             CALL VETN16
C
C***********************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                      ***
C***          SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR    ***
C***          SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD    ***
C***********************************************************************
C
        WRITE(7,233)
  233 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
            CALL KSADN1
C
        WRITE(7,244)
  244 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
            CALL X2ADN1
C
      GO TO (10,20,30),KEY03
   10 WRITE(6,444)
      WRITE(6,447) (VAND3(L),L =1,NTERM)
   20 WRITE(6,559) XMED,DPAD,XMEDI3,DPADR3,SUM3,SUMQ3,SEMEN,MULTP1
   30 CONTINUE
C
      RETURN
C
  559 FORMAT(/,T7,60('-'),
     C      /,T10,'GERACAO DE VAR. ALEATORIAS  NORMALMENTE DISTRIBUIDAS',
     D      /,T10,' USANDO UMA FUNCAO RECURSIVA DE VARIAVEIS UNIFORMES ',
     E      /,T7,'COM    MEDIA =',F10.4,2X,'    E   DESVIO PADRAO =',F11.4,
     F      /,T7,'MEDIA   REAL =',F12.6,1X,'   E DESVIO PADRAO =',F13.6,
     G      /,T7,'         SUM3  =',F12.6,1X,'            SUMQ3    =',F13.6,
     H      /,T7,'       ISEME1 =',I12,1X,'           MULTP1  =',I13,
     I      /,T7,60('-'))
  444 FORMAT(1H1)
  447 FORMAT(2X,16F8.3)
           END
C
C
C
      SUBROUTINE NORR02
      INTEGER SEMEN
      REAL*8 A1,A3,A5,A7,A9
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK05/ XMED,DPAD
      COMMON /BLOK06/ VAND4(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK23/ KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05
```

```
C***********************************************************************
C***           GERACAO DE V.A.N.D.  (PROCESSO RECURSIVO)            ***
C***********************************************************************
C
            A1  =  3.949846138
            A3  =  0.252408784
            A5  =  0.076542912
            A7  =  0.008355968
            A9  =  0.029899776
C
            SUMQ4 = 0.
            SUM4  = 0.
            ISEME1 = SEMEN
C
      DO 2222 K = 1,NTERM
         SOMA = 0.
           DO 2000 I = 1,12
              CALL RAND10
                 SOMA = SCMA + ALEA1
 2000        CONTINUE
C
         AUX = (SOMA - 6)/4
         QAUX = AUX*AUX
C
         VAND4(K)  = ((((A9*QAUX+A7)*QAUX+A5)*QAUX+A3)*QAUX+A1)*AUX
         SUM4 = SUM4  + VAND4(K)
         SUMQ4 = SUMQ4 + VAND4(K)*VAND4(K)
 2222 CONTINUE
         XMEDI4 = SUM4/NTERM
         QSUM4 = SUM4*SUM4
         VARIA4 = (SUMQ4 - QSUM4/NTERM)/NTERM
         DPADR4 = SQRT(VARIA4)
C
C************************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                          ***
C***         SUBROUTINE VETN20  (VETCR  FCLAN                          ***
C***                                PARA A DISTRIBUICAC NCRMAL         ***
C************************************************************************
C
         WRITE(6,23)
   23 FORMAT(1H1,//,T5,64('*'),
     A        /,T13,'GERACAO DE V.A.N.D. PELO PROCESSO ) RECURSIVO 2 ,',
     B        /,T13,'TESTES DE ADERENCIA',
     C        /,T13,'  ) KCLMOGCROV/SMIRNOV ,',
     D        /,T13,'  )  CUI  -  QUADRADO  ,',
     E        /,T5,64('*'))
C
         WRITE(7,22)

   22 FORMAT('ENTER -, VETN20')
              CALL VETN20
C
C************************************************************************
C***                                                                   ***
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                        ***
C***         SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KCLM/SMIR       ***
C***         SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD       ***
C************************************************************************
```

```
C
        WRITE(7,33)
   33 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
              CALL KSADN1
C
        WRITE(7,44)
   44 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
              CALL X2ADN1
C
C
C**********************************************************************
C***      CHAMADA DA SUBROTINA                                      ***
C***         SUBROUTINE VETNI6   (VETOR  FCLAN                      ***
C***                              PARA A DISTRIBUICAO NORMAL        ***
C**********************************************************************
C
        WRITE(7,222)
  222 FORMAT('ENTER -, VETN16')
               CALL VETN16
C
C**********************************************************************
C***      CHAMADA DAS SUBROTINAS                                    ***
C***         SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KOLM/SMIR    ***
C***         SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD    ***
C**********************************************************************
C
        WRITE(7,233)
  233 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
              CALL KSADN1
C
        WRITE(7,244)
  244 FORMAT('ENTER -, X2ADNI')
              CALL X2ADNI
      GO TO (10,20,30),KEY04
   10 WRITE(6,444)
      WRITE(6,447) (VAND4(L),L =1,NTERM)
   20 WRITE(6,559) XMED,DPAD,XMEDI4,DPADR4,SUM4,SUMQ4,SEMEN,MULTP1
   30 CONTINUE
C
      RETURN
C
  559 FORMAT(/,T7,60('-'),
     C      /,T10,'GERACAO DE VAR. ALEATORIAS  NORMALMENTE DISTRIBUIDAS',
     D      /,T10,' USANDO UMA FUNCAO RECURSIVA DE VARIAVEIS UNIFORMES ',
     E      /,T7,'COM   MEDIA =',F10.4,2X,'    E  DESVIO PADRAO =',F11.4,
     F      /,T7,'MEDIA  REAL =',F12.6,1X,'   E DESVIO PADRAO =',F13.6,
     G      /,T7,'        SUM4  =',F12.6,1X,'           SUMQ4    =',F13.6,
     H      /,T7,'       ISEME1 =',I12,1X,'          MULTP1   =',I13,
     I      /,T7,60('-'))
  444 FORMAT(1H1)
  447 FORMAT(2X,16F8.3)
             END
C
C
C
```

```
      SUBROUTINE NCRR03
      REAL*8 UNIF,UNIF1,UNIF2
      REAL*8 C,PARTE,DECIM,S,W
      REAL*8 MMA,MMI
      REAL KOLM1
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK05/ XMED,DPAD
      COMMON /BLOK06/ VAND5(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      CCMMON /BLOK18/ KKOL1,KKCL4
      COMMON /BLOK22/ ISEME2,ALEA2,MULTP2,IPASS2
      CCMMON /BLOK23/ KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEYC5
      CCMMON /BLOK27/ C(290)
C
C
C*****************************************************************************
C***           GERACAO DE V.A.N.D.  (PROCESSO RECURSIVO)                     ***
C*****************************************************************************
C
         SUMQ5 = 0.
         SUM5 = 0.
         ISEME2 = SEMEN
         MULTP2 = MULTP
         DO 2002 K = 1,NTERM
         CALL RAND20
         UNIF = ALEA2
            INCE = 100 * UNIF
               PARTE = UNIF * 1000
               INTER = PARTE
               DECIM = (PARTE- INTER)/10.
            IF(INCE.GE.79) GO TO 101
               VAND5(K) = C(INCE + 1) + DECIM
            GOTO 2222
 101        INMI = 1000 * UNIF
            IF(INMI.GE.940) GO TO 301
               VAND5(K) = C(INMI - 770) + DECIM
            GOTO 2222
 301        IF(UNIF.LT.0.9973002039) GO TO 400
 500        CALL RAND20
               UNIF1 = ALEA2
                  CALL RAND20
                     UNIF2 = ALEA2
               UNIF12 = UNIF1 * UNIF1
               UNIF22 = UNIF2 * UNIF2
                  S = UNIF12 + UNIF22
            IF(S.GE.1.)GO TO 500
               T = DSQRT((1/S)*(9 - 2*DLOG(S)))
            IF((UNIF1 * T).LE.3.) GO TO 600
               VAND5(K) = UNIF1 * T
            GOTO 2222
 600        IF((UNIF2 * T).LE.3.) GO TO 500
               VAND5(K) = UNIF2 * T
            GOTO 2222
 400           J = 170
 700           J = J + 1
            IF(UNIF.GE.C(J)) GO TO 700
```

```
              IF(UNIF.LT.C(J + 30)) GO TO 800
              CALL RAND20
                 UNIF = ALEA2
                 VAND5(K) = C(J - 30) + UNIF/10.
              GOTO 2222
  800       CALL RAND20
            MMI = ALEA2
              CALL RAND20
              MMA = ALEA2
            IF(MMI.LT.MMA) GO TO 900
              AUX = MMI
              MMI = MMA
              MMA = AUX
  900       IF(MMA.GE.C(J + 60)) GO TO 1000
 1100         VAND5(K) = C(J - 30) + MMI/10.
            GOTO 2222
 1000       W = -.05*(MMI - 1) * (2.*C(J - 30) + (MMI + 1)/10.)
            IF((MMA - MMI).LT.(C(J + 90) * (DEXP(W) - 1))) GO TO 1100
              GO TO 800
 2222       CONTINUE
            CALL RAND20
            AUXI = ALEA2
            IF(AUXI.GE..5) GO TO 2003
            VAND5(K) = (-1.)*VAND5(K)
 2003       SUM5 = SUM5 + VAND5(K)
            SUMQ5 = SUMQ5 + VAND5(K)*VAND5(K)
 2002    CONTINUE
         XMEDI5 = SUM5/NTERM
         QSUM5 = SUM5*SUM5
         VARIA5 = (SUMQ5 - QSUM5/NTERM)/NTERM
         DPADR5 = SQRT(VARIA5)
C
C*****************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                 ***
C***        SUBROUTINE VETN20  (VETOR  FCLAN                  ***
C***                             PARA A DISTRIBUICAO   NORMAL ***
C*****************************************************************
C
         WRITE(6,23)
   23 FORMAT(/,T5,64('*'),
     A         /,T13,'GERACAO DE V.A.N.D. PELO PROCESSO ) RECURSIVO 3 .',
     B         /,T13,'TESTES DE ADERENCIA',
     C         /,T13,'   ) KOLMOGOROV/SMIRNOV .',
     D         /,T13,'   )  CUI  -  QUADRADO  .',
     E         /,T5,64('*'))
C
         WRITE(7,21)
   21 FORMAT('ENTER -, VETN20')
              CALL VETN20
C
C*****************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                               ***
C***        SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KCLM/SMIR ***
C***        SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD ***
C*****************************************************************
C
```

```
         WRITE(7,33)
   33 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
               CALL KSADN1
C
         WRITE(7,44)
   44 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
               CALL X2ADN1
C
C******************************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                               ***
C***        SUBROUTINE VETN16   (VETOR  FCLAN                               ***
C***                             PARA A DISTRIBUICAO   NORMAL              ***
C******************************************************************************
C
         WRITE(7,221)
  221 FORMAT('ENTER -, VETN16')
                CALL VETN16
C
C******************************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                             ***
C***        SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR            ***
C***        SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD            ***
C******************************************************************************
C
         WRITE(7,233)
  233 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
               CALL KSADN1
C
         WRITE(7,244)
  244 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
               CALL X2ADN1
C
C******************************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                            ***
C***        SUBROUTINE KSADN2 (TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR            ***
C******************************************************************************
C
C        WRITE(7,255)
C 255 FORMAT('ENTER -, KSADN2')
C              CALL KSADN2
C
C
C
      GO TO (10,20,30),KEY05
C
   10 WRITE(6,444)
      WRITE(6,445) (VAND5(K),K =1,NTERM)
   20 WRITE(6,557) XMED,DPAD,XMEDI5,DPADR5,SUM5,SUMQ5,SEMEN,MULTP
   30 CONTINUE
C
      RETURN
C
  557 FORMAT(/,T7,60('-'),
     C      /,T10,'GERACAO DE VAR. ALEATORIAS  NORMALMENTE DISTRIBUIDAS',
     D      /,T10,' USANDO UMA FUNCAO RECURSIVA DE VARIAVEIS UNIFORMES ',
     E      /,T7,'COM    MEDIA =',F10.4,2X,2X,' E   DESVIO PADRAO =',F11.4,
```

```
     F      /,T7,'MEDIA  REAL =',F12.6,1X,'   E DESVIO PADRAO =',F13.6,
     G      /,T7,'          SUM1 =',F12.6,1X,'            SUMQ1 =',F13.6,
     H      /,T7,'       ISEME1 =',I12,1X,'            MULTP1 =',I13,
     I      /,T7,60('-'))
  444 FORMAT(1H1)
  445 FORMAT(2X,16F8.3)
      END
C
C
C
      SUBROUTINE COSSIN
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK05/ XMED,DPAD
      COMMON /BLOK06/ VAND1(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK23/ KEY01,KEY02,KEY03,KEY04,KEY05
C
C*********************************************************************
C***          GERACAO DE V.A.N.D.  (PROCESSO  LOG/COS & SIN)        **
C*********************************************************************
C
      DOPI = 6.283185308
          SUM1 = 0.
          SUMQ1 = 0.
          ISEME1 = SEMEN
          MNTERM = NTERM/2
          L = 0
      DO 1111 K = 1,MNTERM
          L = L + 1
      CALL RAND10
          XNAUDA = ALEA1
          CALL RAND10
              XNAUDB = ALEA1
                  VAND1(L) = SQRT(-2*ALOG(XNAUDA)) * (COS(DOPI*XNAUDB))
              VAND1(L) = DPAD * VAND1(L) + XMED
                      SUM1 = SUM1 + VAND1(L)
                      SUMQ1 = SUMQ1 + VAND1(L)*VAND1(L)
                      L = L + 1
                  VAND1(L) = SQRT(-2*ALOG(XNAUDA)) * (SIN(DOPI*XNAUDB))
              VAND1(L) = DPAD * VAND1(L) + XMED
                      SUM1 = SUM1 + VAND1(L)
                      SUMQ1 = SUMQ1 + VAND1(L)*VAND1(L)

 1111 CONTINUE
          XMED11 = SUM1/NTERM
          QSUM1 = SUM1*SUM1
          VARIA1 = (SUMQ1 - QSUM1/NTERM)/NTERM
          DPADR1 = SQRT(VARIA1)
C
C*********************************************************************
C***      CHAMADA DA SUBROTINA                                     ***
C***          SUBROUTINE VETN20  (VETOR  FCLAN                     ***
C***                             PARA A DISTRIBUICAO   NORMAL      ***
C*********************************************************************
C
```

```
      WRITE(6,23)
   23 FORMAT(1H1,//,T5,64('*'),
     A        /,T13,'GERACAO DE V.A.N.D. PELO PROCESSO  )LOG /COSIN,',
     B        /,T13,'TESTES DE ADERENCIA',
     C        /,T13,'   ) KOLMOGOROV/SMIRNOV ,',
     D        /,T13,'   )  CUI  -  QUADRADO  ,',
     E        /,T5,64('*'))
C
      WRITE(7,22)
   22 FORMAT('ENTER -, VETN20')
               CALL VETN20
C
C*****************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                ***
C***          SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KCLM/SMIR   ***
C***          SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD   ***
C*****************************************************************
C
      WRITE(7,33)
   33 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
              CALL KSADN1
C
      WRITE(7,44)
   44 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
              CALL X2ADN1
C
C*****************************************************************
C***     CHAMADA DA SUBROTINA                                  ***
C***          SUBROUTINE VETN16  (VETOR  FCLAN                 ***
C***                              PARA A DISTRIBUICAO   NORMAL ***
C*****************************************************************
C
      WRITE(7,222)
  222 FORMAT('ENTER -, VETN16')
               CALL VETN16
C
C*****************************************************************
C***     CHAMADA DAS SUBROTINAS                                ***
C***          SUBROUTINE KSADN1 (TESTE DE ADERENCIA PCR KCLM/SMIR   ***
C***          SUBROUTINE X2ADN1 (TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUAD   ***
C*****************************************************************
C
      WRITE(7,233)
  233 FORMAT('ENTER -, KSADN1')
              CALL KSADN1
C
      WRITE(7,244)
  244 FORMAT('ENTER -, X2ADN1')
              CALL X2ADN1
C
      GO TO (10,20,30),KEY01
   10 WRITE(6,444)
      WRITE(6,445) (VANDI(L),L =1,10000)
   20 WRITE(6,557) XMED,DPAD,XMEDI1,DPADR1,SUM1,SUMQ1,SEMEN,MULTP1
   30 CONTINUE
C
```

```
      RETURN
C
  557 FORMAT(/,T7,60('-'),
     C      /,T10,'GERACAO DE VAR. ALEATORIAS  NORMALMENTE DISTRIBUIDAS',
     D      /,T10,'  USANDO V.A.U.D. E AS FUNCOES LOGARITMO E COSSENO  ',
     E      /,T7,'COM    MEDIA =',F10.4,2X,2X,' E   DESVIO PADRAO =',F11.4,
     F      /,T7,'MEDIA   REAL =',F12.6,1X,'    E DESVIO PADRAO =',F13.6,
     G      /,T7,'          SUM1 =',F12.6,1X,'              SUMQ1 =',F13.6,
     H      /,T7,'       ISEME1 =',I12,1X,'             MULTP1 =',I13,
     J      /,T7,60('-'))
  444 FORMAT(1H1)
  445 FORMAT(2X,16F8.3)
            END
C
C
C
      SUBROUTINE RAND10
          COMMON /BLOK02/ ISEME1,ALEA1,MULTP1,IPASS1
C
C*********************************************************************
C***            SUB-ROTINA QUE GERA OS NUMEROS ALEATORIOS          ***
C*********************************************************************
C
          IPROD = ISEME1 * MULTP1
             IF(IPROD) 50,60,60
   50           IPROD = IPROD + 2147483647 + 1
   60           ALEA1 = IPROD
                ALEA1 = ALEA1/2147483647.
                ISEME1 = IPROD
                IF(ALEA1.LE.0.000001) GO TO 50
                IPASS1 = IPASS1 + 1
C
      RETURN
C
      END
C
C
C
      SUBROUTINE RAND20
          COMMON /BLOK22/ ISEME2,ALEA2,MULTP2,IPASS2
C
C*********************************************************************
C***            SUB-ROTINA QUE GERA OS NUMEROS ALEATORIOS          ***
C*********************************************************************
          IPROD = ISEME2 * MULTP2
             IF(IPROD) 50,60,60
   50           IPROD = IPROD + 2147483647 + 1
   60           ALEA2 = IPROD
                ALEA2 = ALEA2/2147483647.
                ISEME2 = IPROD
                IF(ALEA2.LE.0.000001) GO TO 50
                IPASS2 = IPASS2 + 1
C
      RETURN
C
      END
```

```
C
C
      SUBROUTINE MEDSEQ
      INTEGER T,SEMEN
      REAL MATRI
      REAL*8 ARRAY
      COMMON /BLOK02/ ISEMEI,ALEA1,MULTP1,IPASS1
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULIP,NTERM
      COMMON /BLOK35/ NSC(6),MATRI(6,6),ARRAY(6)
C
C*********************************************************************
C***          LEITURA DA MATRIZ E DO VETOR                          **
C*********************************************************************
C
         DO 300 T = 1,6
            NSC (T) = 0
  300 CONTINUE
C
            CALL RAND10
               AUX1 = ALEA1
               T = 1
            NNTER = NTERM + 1
C
      DO 400 J = 2,NNTER
C
         CALL RAND10
            AUX2 = ALEA1
C
            IF (AUX2.GT.AUX1) GO TO 503
               NSC (T) = NSC (T) + 1
                  T = 1
               GO TO 508
  503             T = T + 1
                  IF (T.GT.6) T = 6
  508       AUX1 = AUX2
C
  400 CONTINUE
C
C     WRITE(6,111) (NSC(I),I=1,6)
C
C*********************************************************************
C***     CALCULO DA ESTATISTICA     V                              ***
C***                                                               ***
C***                                                               ***
C*********************************************************************
C
            VALOR = 0.
            VAUX = 0.
            VFINE = 0.
C
            DO 500 I = 1,6
               DO 500 J = 1,6
C
        VAUX = (NSC(I)-NTERM*ARRAY(I))*
     *          (NSC(J)-NTERM*ARRAY(J))*
     *          MATRI(I,J)
```

```
C
         VALOR =  VALOR + VAUX
  500   CONTINUE
         VFINE = VALOR / NTERM
C
C*****************************************************************************
C***                                                                       ***
C***                                                                       ***
C*****************************************************************************
C
         WRITE(6,599)
         WRITE(6,600)VFINE
         WRITE( 6,599)
C
      RETURN
C
C 111 FORMAT(8X,617)
  600 FORMAT( 10X,'ESTATISTICA V =',F8.3)
  599 FORMAT(T7, 31('-'))
C
             END
C
C
C
      SUBROUTINE VETN16
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK06/ VANDX(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK11/ FCLAN(20),NINTN,FESPN,LIGA
C
C*****************************************************************************
C***      SUBROTINA     QUE CONSTROE OS INTERVALOS E DETERMINA AS          ***
C***      FREQUENCIAS RESPECTIVAS A CADA UM DELES PARA OS  TESTES          ***
C***      DE ADERENCIA DE  KOLMOGOROV/SMIRNOV  E DO  CHI-QUADRADO          ***
C*****************************************************************************
C
             NINTN = 16
             FESPN = 625.
C
             DO 1001 I = 1,NINTN
                FCLAN(I) = 0.
 1001        CONTINUE
             DO 1000 J = 1,NTERM
                VA = VANDX(J)
             IF(VA) 15,20,25
   25        IF(VA.GE.0.6745) GO TO 40
             IF(VA.GT.0.3187) GO TO 80
             IF(VA.GT.0.1573) GO TO 90
   20           FCLAN(9) = FCLAN(9) + 1
                   GO TO 1000
   80        IF(VA.GT.0.4889) GO TO 100
                FCLAN(11) = FCLAN(11) + 1
                   GO TO 1000
  100           FCLAN(12) = FCLAN(12) + 1
                   GO TO 1000
   90           FCLAN(10) = FCLAN(10) + 1
```

```
                 GO TO 1000
   40        IF(VA.GT.1.1505) GO TO 50
             IF(VA.GT.0.8870) GO TO 60
                FCLAN(13) = FCLAN(13) + 1
                 GO TO 1000
   50        IF(VA.GT.1.5342) GO TO 70
                FCLAN(15) = FCLAN(15) + 1
                 GO TO 1000
   70           FCLAN(16) = FCLAN(16) + 1
                 GO TO 1000
   60           FCLAN(14) = FCLAN(14) + 1
                 GO TO 1000
C
   15            VA = -VA
             IF(VA.GE.0.6745) GO TO 41
             IF(VA.GT.0.3187) GO TO 81
             IF(VA.GT.0.1573) GO TO 91
                FCLAN(8) = FCLAN(8) + 1
                 GO TO 1000
   81        IF(VA.GT.0.4889) GO TO 101
                FCLAN(6) = FCLAN(6) + 1
                 GO TO 1000
  101           FCLAN(5) = FCLAN(5) + 1
                 GO TO 1000
   91           FCLAN(7) = FCLAN(7) + 1
                 GO TO 1000
   41        IF(VA.GT.1.1505) GO TO 51
             IF(VA.GT.0.8870) GO TO 61
                FCLAN(4) = FCLAN(4) + 1
                 GO TO 1000
   51        IF(VA.GT.1.5342) GO TO 71
                FCLAN(2) = FCLAN(2) + 1
                 GO TO 1000
   71           FCLAN(1) = FCLAN(1) + 1
                 GO TO 1000
   61           FCLAN(3) = FCLAN(3) + 1
                 GO TO 1000
C
 1000       CONTINUE
C
C*****************************************************************************
C***           FORMATO DE IMPRESSAO   DOS   RESULTADOS                     ***
C*****************************************************************************
C
      GO TO (780,800),LIGA
C
C*****************************************************************************
C***          CONSTRUCAO DA DISTRIBUICAO DE FREQUENCIAS                    ***
C*****************************************************************************
C
  780 WRITE(6,240)(FCLAN(I),I= 1,10)
      WRITE(6,260)(FCLAN(I),I=11,16)
  800 CONTINUE
C
      RETURN
C
```

```
  240 FORMAT(/,1HI,//,T22,38('*'),
     A      /,T23,' INTERVALCS DE CLASSES                  F(I)',
     B      /,T23,'COM PROBABILIDADE CONSTANTE =   .0625',
     C       /,T22,38('*'),
     D      /,T24,'-4.0000    -    -1.5343',5X,F9.0,
     E      /,T24,'-1.5342    -    -1.1506',5X,F9.0,
     F      /,T24,'-1.1505    -    -0.8871',5X,F9.0,
     G      /,T24,'-0.8870    -    -0.6745',5X,F9.0,
     H      /,T24,'-0.6744    -    -0.4890',5X,F9.0,
     I      /,T24,'-0.4889    -    -0.3188',5X,F9.0,
     J      /,T24,'-0.3187    -    -0.1574',5X,F9.0,
     K      /,T24,'-0.1573    -    -0.0000',5X,F9.0,
     L      /,T24,' 0.0000    -     0.1573',5X,F9.0,
     M      /,T24,' 0.1574    -     0.3187',5X,F9.0)
  260 FORMAT(T24,' 0.3188    -     0.4889',5X,F9.0,
     A      /,T24,' 0.4890    -     0.6744',5X,F9.0,
     B      /,T24,' 0.6745    -     0.8870',5X,F9.0,
     C      /,T24,' 0.8871    -     1.1505',5X,F9.0,
     D      /,T24,' 1.1506    -     1.5342',5X,F9.0,
     E      /,T24,' 1.5343    -     4.0000',5X,F9.0,
     J      /,T22,38('*'),/)
      END
C
C
C
      SUBROUTINE VETN20
      INTEGER SEMEN
      COMMON /BLOK06/ VANOX(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK11/ FCLAN(20),NINTN,FESPN,LIGA
C
C*************************************************************************
C***     SUBROTINA     QUE CONSTROE OS INTERVALOS E DETERMINA AS      ***
C***     FREQUENCIAS RESPECTIVAS A CADA UM DELES PARA OS  TESTES      ***
C***     DE ADERENCIA DE  KOLMOGOROV/SMIRNOV  E DC  CHI-QUADRADO      ***
C*************************************************************************
C
            NINTN = 20
            FESPN = 500.
C
            DO 1001 I = 1,NINTN
               FCLAN(I) = 0.
 1001       CONTINUE
            DO 1000 J = 1,NTERM
               VA = VANOX(J)
            IF(VA) 15,20,25
   25       IF(VA.GE.0.6755) GO TO 30
            IF(VA.GT.0.3846) GO TO 100
            IF(VA.GT.0.1242) GO TO 120
   20          FCLAN(11) = FCLAN(11) + 1
                  GO TO 1000
  120       IF(VA.GT.0.2566) GO TO 130
               FCLAN(12) = FCLAN(12) + 1
                  GO TO 1000
  100       IF(VA.GT.0.5255) GO TO 110
               FCLAN(14) = FCLAN(14) + 1
```

```
               GO TO 1000
 130        FCLAN(13) = FCLAN(13) + 1
               GO TO 1000
 110        FCLAN(15) = FCLAN(15) + 1
               GO TO 1000
  30     IF(VA.GT.1.2884) GO TO 40
         IF(VA.GT.0.8483) GO TO 60
            FCLAN(16) = FCLAN(16) + 1
               GO TO 1000
  60     IF(VA.GT.1.0335) GO TO 70
            FCLAN(17) = FCLAN(17) + 1
               GO TO 1000
  40     IF(VA.GT.1.6450) GO TO 50
            FCLAN(19) = FCLAN(19) + 1
               GO TO 1000
  70        FCLAN(18) = FCLAN(18) + 1
               GO TO 1000
  50        FCLAN(20) = FCLAN(20) + 1
               GO TO 1000
C
  15           VA = -VA
         IF(VA.GE.0.6755) GO TO 31
         IF(VA.GT.0.3846) GO TO 101
         IF(VA.GT.0.1242) GO TO 121
  21        FCLAN(10) = FCLAN(10) + 1
               GO TO 1000
 121     IF(VA.GT.0.2566) GO TO 131
            FCLAN(9)= FCLAN(9) + 1
               GO TO 1000
 101     IF(VA.GT.0.5255) GO TO 111
            FCLAN(7) = FCLAN(7) + 1
               GO TO 1000
 131        FCLAN(8) = FCLAN(8) + 1
               GO TO 1000
 111        FCLAN(6) = FCLAN(6) + 1
               GO TO 1000
  31     IF(VA.GT.1.2884) GO TO 41
         IF(VA.GT.0.8483) GO TO 61
            FCLAN(5) = FCLAN(5) + 1
               GO TO 1000
  61     IF(VA.GT.1.0335) GO TO 71
            FCLAN(4) = FCLAN(4) + 1
               GO TO 1000
  41     IF(VA.GT.1.6450) GO TO 51
            FCLAN(2) = FCLAN(2) + 1
               GO TO 1000
  71        FCLAN(3) = FCLAN(3) + 1
               GO TO 1000
  51        FCLAN(1) = FCLAN(1) + 1
               GO TO 1000
C
1000     CONTINUE
C
C******************************************************************
C***          FORMATO DE IMPRESSAO   DOS   RESULTADOS          ***
C******************************************************************
C
```

```
      GO TO (780,800),LIGA
C
C*****************************************************************************
C***            CONSTRUCAO DA DISTRIBUICAO DE FREQUENCIAS                  ***
C*****************************************************************************
C
  780 WRITE(6,240)(FCLAN(I),I= 1,10)
      WRITE(6,260)(FCLAN(I),I=11,20)
  800 CONTINUE
C
      RETURN
C
  240 FORMAT(/,T22,38('*'),
     A      /,T24,'INTERVALOS DE CLASSES          F(I)',
     B      /,T24,'COM PROBABILIDADE CONSTANTE =   .05',
     C      /,T22,38('*'),
     D      /,T24,'-4,0000    -    -1,6451',5X,F9.0,
     E      /,T24,'-1,6450    -    -1,2885',5X,F9.0,
     F      /,T24,'-1,2884    -    -1,0336',5X,F9.0,
     G      /,T24,'-1,0335    -    -0,8484',5X,F9.0,
     H      /,T24,'-0,8483    -    -0,6755',5X,F9.0,
     I      /,T24,'-0,6754    -    -0,5256',5X,F9.0,
     J      /,T24,'-0,5255    -    -0,3847',5X,F9.0,
     K      /,T24,'-0,3846    -    -0,2567',5X,F9.0,
     L      /,T24,'-0,2566    -    -0,1243',5X,F9.0,
     M      /,T24,'-0,1242    -    -0,0000',5X,F9.0)
  260 FORMAT(T24,'-0,0000    -     0,1242',5X,F9.0,
     A      /,T24,' 0,1243    -     0,2566',5X,F9.0,
     B      /,T24,' 0,2567    -     0,3846',5X,F9.0,
     C      /,T24,' 0,3847    -     0,5255',5X,F9.0,
     D      /,T24,' 0,5256    -     0,6754',5X,F9.0,
     E      /,T24,' 0,6755    -     0,8483',5X,F9.0,
     F      /,T24,' 0,8484    -     1,0335',5X,F9.0,
     G      /,T24,' 1,0336    -     1,2884',5X,F9.0,
     H      /,T24,' 1,2885    -     1,6450',5X,F9.0,
     I      /,T24,' 1,6451    -     4,0000',5X,F9.0,
     J      /,T22,38('*'),/)
      END
C
C
C
      SUBROUTINE KSADN1
      REAL KKOL1,KKOL4
      DIMENSION FACU3(20),FTEO3(20)
      COMMON /BLOK11/ FCLA3(20),NINT3,FESP3,LIGA
      COMMON /BLOK18/ KKOL1,KKOL4
C
C*****************************************************************************
C***              TESTE DE ADERENCIA POR  KOLMOGOROV-SMIRNOV               ***
C***                      (DISTRIBUICAO  NORMAL)                           ***
C*****************************************************************************
C
      DO 400 I = 1,NINT3
          FACU3(I) = 0.
 400  CONTINUE
C
```

```
C*********************************************************************
C***         CALCULO DO MAIOR DESVIO NO TESTE KOLMOGOROV/SMIRNOV     ***
C*********************************************************************
C
            SOMA3 = 0.
            DESV3 = 0.
      DO 500 I = 1,NINT3
         FTEO3(I) = I
         FACU3(I) = SOMA3 + FCLA3(I)/FESP3
         SOMA3 = FACU3(I)
         DIFE3 = ABS(FTEO3(I) - FACU3(I))
         IF(DIFE3.GT.DESV3) DESV3 = DIFE3
 500  CONTINUE
C
C*********************************************************************
C***          VALIDADE DO TESTE DE  KOLMOGOROV/SMIRNOV               ***
C*********************************************************************
C
      IF(NINT3.EQ.16) GO TO 510
         IF(DESV3.GE.KKOL4) GO TO 533
            GO TO 520
 510     IF(DESV3.GE.KKOL1) GO TO 533
 520        WRITE(6,600) DESV3,NINT3
            GO TO 1100
 533  WRITE(6,330) DESV3
 1100 CONTINUE
C
      RETURN
C
  330 FORMAT(T13,47('-'),
     A      /,T13,'OS NUMEROS NAO SEGUEM UMA DISTRIBUICAO  NORMAL ',
     B      /,T17,'VALOR DO KOLM/SMIR CALCULADO =',F9.4,
     C      /,T13,47('-'))
  600 FORMAT(T7,60('-'),
     A      /,T12,'TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR =',F9.4,3X,I4,
     B      /,T7,60('-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE X2ADNI
      COMMON /BLOK11/ FCLA4(20),NINT4,FESP4,LIGA
      COMMON /BLOK17/ XXTA1,XXTA4
C
C*********************************************************************
C***              TESTE DE ADERENCIA PELO CHI-QUADRADO               ***
C***                   (DISTRIBUICAO  NORMAL)                        ***
C*********************************************************************
C
            SOMA4 = 0.
C
C*********************************************************************
C***                 CALCULO DO VALOR DO CHI-QUADRADO                ***
C*********************************************************************
C
```

```
      DO 580 I = 1,NINT4
         DIFE4 = FCLA4(I) - FESP4
         QDIF4 = DIFE4 * DIFE4
         SOMA4 = SCMA4 + CDIF4
 580  CONTINUE
         CHIQ4 = SOMA4/FESP4
C
C*************************************************************************
C***                VALIDADE DO TESTE DO CHI-QUADRADC                 ***
C*************************************************************************
C
      IF(CHIQ4.GE.XXTA1) GO TO 700
      WRITE(6,120) CHIQ4
      GO TO 800
  700 WRITE(6,140) CHIQ4
  800 CONTINUE
C
      RETURN
C
  120 FORMAT(T7,60('-'),
     1      /,T15,'VALOR DO CHI-QUADRADO CALCULADO =',F11.4
     2      /,T7,60('-'))
  140 FORMAT(T13,48('-'),
     1      /,T13,'OS NUMEROS NAO SEGUEM UMA  DISTRIBUICAO  NORMAL',
     2      /,T15,'VALOR DC CHI-QUADRADO CALCULADO =',F11.4,
     3      /,T13,48('-'))
      END
C
C
C
      SUBROUTINE KSADN2
      REAL KKOL1,KKUL4
      DIMENSION FACU3(10000),FTEO3(10000),FCLA3(10000)
      COMMON /BLOK06/ VANDX(10000)
      COMMON /BLOK08/ SEMEN,MULTP,NTERM
      COMMON /BLOK18/ KKOL1,KKOL4
C
C*************************************************************************
C***          TESTE DE ADERENCIA POR  KOLMOGOROV-SMIRNOV              ***
C***                   (DISTRIBUICAO  NORMAL)                         ***
C*************************************************************************
C
         NINT3 = 10000
      DO 400 I = 1,NINT3
         FACU3(I) = 0.
 400  CONTINUE
C
      DO 205 I = 1,NTERM
         AUYY = VANDX(I)
         CLAS = (AUYY * 10000.) + 1
         FCLA3(CLAS)  = FCLA3(CLAS) + 1
 205  CONTINUE
C
C*************************************************************************
C***      CALCULO DO MAIOR DESVIO NO TESTE KOLMOGCROV/SMIRNOV          ***
C*************************************************************************
C
```

```
          SOMA3 = 0.
          DESV3 = 0.
      DO 500 I = 1,NINT3
         FTEO3(I) = I/10000
         FACU3(I) = SOMA3 + FCLA3(I)/10000.
         SOMA3 = FACU3(I)
         DIFE3 = ABS(FTEO3(I) - FACU3(I))
         IF(DIFE3.GT.DESV3) DESV3 = DIFE3
 500  CONTINUE
C
C*************************************************************************
C***           VALIDADE DO TESTE DE  KOLMOGOROV/SMIRNOV                ***
C*************************************************************************
C
      IF(NINT3.EQ.10000) GO TO 510
         IF(DESV3.GE.KKOL2) GO TO 533
            GO TO 520
 510     IF(DESV3.GE.KKOL5) GO TO 533
 520        WRITE(6,600) DESV3
            GO TO 1100
 533  WRITE(6,330) DESV3
 1100 CONTINUE
C
      RETURN
C
  330 FORMAT(T13,47('-'),
     A      /,T13,'OS NUMEROS NAO SEGUEM UMA DISTRIBUICAO  NORMAL ',
     B      /,T17,'VALOR DO KOLM/SMIR CALCULADO =',F9.4,
     C      /,T13,47('-'))
  600 FORMAT(T7,60('-'),
     A      /,T12,'TESTE DE ADERENCIA POR KOLM/SMIR  (1000) =',F9.4,
     B      /,T7,60('-'))
      END
```

```
C
C
C
   4529.4     9044.9    13568.0    18091.0    22615.0    27892.0
   9044.9    18097.0    27139.0    36187.0    45234.0    55789.0
  13568.0    27139.0    40721.0    54281.0    67852.0    83685.0
  18091.0    36187.0    54281.0    72414.0    90470.0   111580.0
  22615.0    45234.0    67852.0    90470.0   113262.0   139476.0
  27892.0    55789.0    83685.0   111580.0   139476.0   172860.0

 .166666627  .208333313  .091666639  .026368887  .005753968  .001190476
C
C
C
      2  2000  10000 0.0000 1.0000  12
      3   2   2   3   1   5
      3   3   3   3   3   2
      20  500.  20  500.   3
       30.144    32.852    36.191
      123.225   127.930   133.920
     1073.364 1088.010 1105.340
         0.294     0.329     0.352
         0.294     0.329     0.352
         0.294     0.329     0.352
         0.294     0.329     0.352
       30.144    25.000     0.294     0.294
         0.30000   0.70000   0.10000   0.50000
C
C
C

        1078318381
             16807
        1220703125
         764261123
        1323257245
```

C
C
C

00.2000000000	00.2000000000	00.3000000000	00.3000000000	00.3000000000
0.3	0.3	0.5	0.6	0.6
0.6	0.6	0.6	0.8	0.8
0.8	1.0	1.0	1.5	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
0.1	0.1	0.1	0.2	0.2
0.2	0.2	0.2	0.3	0.3
0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
0.4	0.5	0.5	0.5	0.5
0.5	0.6	0.7	0.7	0.7
0.7	0.7	0.8	0.8	0.9
0.9	0.9	0.9	1.0	1.0
1.1	1.1	1.1	1.2	1.2
1.2	1.3	1.3	1.4	1.4
1.5	1.6	1.7	1.8	0.0
0.4	0.4	0.7	0.9	0.9
0.9	1.1	1.1	1.1	1.1
1.3	1.3	1.3	1.3	1.3
1.3	1.4	1.4	1.6	1.6
1.6	1.6	1.6	1.6	1.7
1.7	1.7	1.8	1.9	1.9
1.9	1.9	1.9	1.9	1.9
1.9	2.0	2.0	2.0	2.0
2.0	2.0	2.0	2.1	2.1
2.1	2.1	2.1	2.1	2.2
2.2	2.2	2.2	2.3	2.3
2.3	2.4	2.4	2.5	1.6
0.7	1.1	1.3	0.4	1.0
1.9	1.4	0.9	0.8	0.6
0.5	1.2	1.6	1.7	0.3
1.5	2.0	1.8	2.2	0.2
2.5	2.3	2.4	2.1	0.1
2.7	0.0	2.6	2.8	2.9
0.9432165072	0.9464092887	0.9494969394	0.9525783787	0.9555567647
0.9584896204	0.9613885364	0.9641982792	0.9667888257	0.9693677568
0.9719365988	0.9744749700	0.9769426279	0.9792129152	0.9812335540
0.9832493731	0.9850207959	0.9864483145	0.9878069895	0.9891104150
0.9902073697	0.9912605179	0.9022362590	0.9931582051	0.9940219494
0.9948456363	0.9955013109	0.9958897393	0.9962683734	0.9973002039
0.9422781966	0.9455720777	0.9485514463	0.9511653133	0.9549863293
0.9566914271	0.9604850173	0.9638041343	0.9665717757	0.9689169701
0.9712916782	0.9742012516	0.9761328124	0.9784228835	0.9805795259
0.9830652062	0.9842240767	0.9863251515	0.9871415820	0.9888328519
0.9894907759	0.9907816118	0.9917305989	0.9930632865	0.9938134106
0.9942625460	0.9951108014	0.9958055523	0.9960778669	0.9964138342
0.973	0.996	0.992	0.920	0.998
0.982	0.990	0.996	0.985	0.959
0.942	0.994	0.986	0.985	0.890
0.988	0.980	0.983	0.977	0.843
0.973	0.975	0.974	0.978	0.755
0.970	0.501	0.971	0.968	0.967
12.5	8.20523339	6.91865398	20.0	9.03255791
4.64444483	6.40863082	10.0	11.11111111	14.28571420
16.66666666	7.51041395	5.57434982	5.22886160	25.0
5.96452440	4.39512015	4.92081328	3.96317864	33.33333333
3.44279563	3.77488448	3.60202892	4.16906566	50.0
3.15925147	100.0	3.29564243	3.03248984	2.91437825